

## 5.2.2 异面直线

### 【学情分析】

学生在初中学习了平面内两直线所成角的知识,在前面学习了空间中直线的三种位置关系以及异面直线的概念. 本节课以学生掌握的知识为基础, 进一步引导学生判断异面直线以及求异面直线所成的角. 学生已初步具备一定的数学运算、直观想象素养, 但长时间的平面几何的学习, 往往会导致思维受到平面的局限, 不利于学生构建空间观念. 通过本节课的学习, 将进一步提升学生的数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象等核心素养.

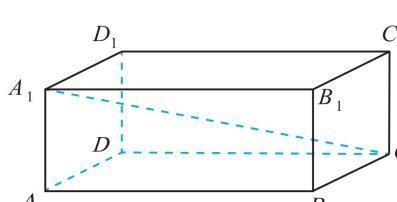
### 【教学目标】

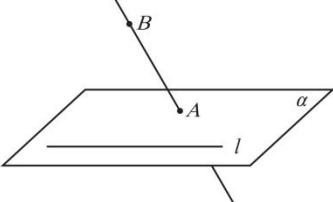
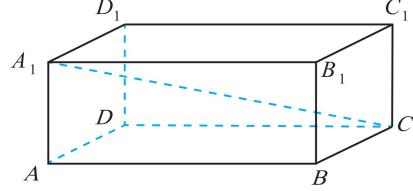
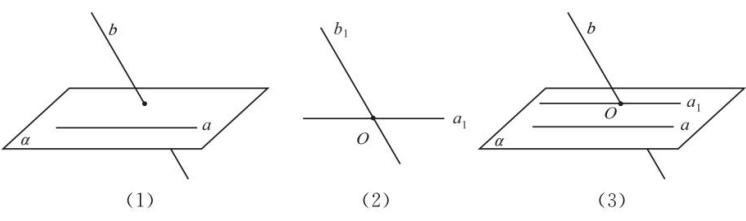
- (1) 理解异面直线的判定方法, 知道异面直线所成的角的概念, 能结合图形求异面直线所成的角.
- (2) 理解异面直线所成角的概念, 具有把空间问题转化为平面问题来解决的思想, 提升学生的数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象等核心素养.
- (3) 培养学生勇于发现、勇于探索、勇于创新的精神, 培养合作交流等品质.

### 【教学重点和难点】

本节课的教学重点是异面直线的判断方法与求异面直线所成的角, 教学难点是求异面直线所成的角.

### 【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	<p><b>【问题 1】</b> 如图所示, 在长方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中, 直线 <math>AB</math> 与直线 <math>A_1C</math> 具有怎样的位置关系?</p> <p><b>【预案】</b> 它们是异面直线.</p> <p><b>追问:</b> 可以说说你得出这个结论的理由吗?</p> <p><b>【预案】</b> 假设直线 <math>AB</math> 与 <math>A_1C</math> 共面, 由于经过点 <math>C</math> 和直线</p> 	从学生熟悉的具体实例入手, 加深学生对异面直线的理解.

	<p><math>AB</math> 的平面只能有一个, 所以直线 <math>A_1C</math> 和 <math>AB</math> 都应在平面 <math>ABCD</math> 内, 于是点 <math>A_1</math> 在平面 <math>ABCD</math> 内, 这与点 <math>A_1</math> 在平面 <math>ABCD</math> 外矛盾, 因此直线 <math>AB</math> 与 <math>A_1C</math> 不在同一平面内.</p>	
	<p>一般地, 我们有如下判断方法:</p> <p>与一个平面相交于一点的直线和这个平面内不经过交点的直线是异面直线 (如图).</p> 	<p>引导学生理解该判断方法, 会借助这种方法判断两条直线是否异面.</p>
新课	<p><b>【问题 2】</b> 观察长方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中, 异面直线 <math>AB</math> 与 <math>A_1C</math> 是否也能形成角? 这个角如何找出来?</p> 	<p>引导学生深入探究, 概括两条异面直线所成的角的概念、画法.</p>
	<p><b>【概括定义】</b></p> <p>如图 (1) 所示, <math>a, b</math> 是两条异面直线. 经过空间中任意一点 <math>O</math>, 作直线 <math>a_1 \parallel a, b_1 \parallel b</math>, 我们把相交直线 <math>a_1</math> 和 <math>b_1</math> 所成的角称为异面直线 <math>a, b</math> 所成的角, 如图 (2) 所示. 为了简便, 点 <math>O</math> 常取在两条异面直线中的一条上, 如图 (3) 所示.</p> 	<p>引导学生用“平面化”的思想来思考问题, 提升学生的直观想象、数学抽象素养.</p>
	<p>根据定义, 上述问题 2 中异面直线 <math>AB</math> 与 <math>A_1C</math> 所成的角为 <math>\angle DCA_1</math>.</p>	<p>引导学生由定义找出两条异面直线所成的角, 这是本节课的关键.</p>

	<p>如果两条异面直线所成的角是直角,那么我们就称这两条异面直线互相垂直. 两条异面直线 <math>a, b</math> 互相垂直, 记作 <math>a \perp b</math>.</p>	<p>了解两条异面直线垂直的定义.</p>
	<p><b>【典型例题】</b></p> <p><b>例</b> 如图所示, 已知正方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math>. 则:</p> <p>(1) 正方体中哪些棱所在的直线与直线 <math>AA_1</math> 是异面直线?</p> <p>(2) 异面直线 <math>AB</math> 与 <math>A_1D_1</math> 所成的角是多少?</p> <p>(3) 异面直线 <math>A_1B</math> 与 <math>AC</math> 所成的角是多少?</p> <p><b>【问题 3】</b> 如何求异面直线所形成的角?</p> <p><b>【预案】</b> 根据异面直线所成角的概念, 作其中一条直线的平行线与另一条直线相交, 将空间中异面直线所成的角转化成平面内两直线所成的角.</p> <p><b>解:</b> (1) 由异面直线的定义可知, 棱 <math>BC, CD, B_1C_1, C_1D_1</math> 所在的直线分别与直线 <math>AA_1</math> 是异面直线.</p> <p>(2) 因为 <math>A_1B_1 \parallel AB</math>, 所以异面直线 <math>AB</math> 与 <math>A_1D_1</math> 所成的角就是 <math>A_1B_1</math> 与 <math>A_1D_1</math> 所成的角, 即 <math>\angle B_1A_1D_1</math>.</p> <p>因为 <math>\angle B_1A_1D_1=90^\circ</math>, 所以异面直线 <math>AB</math> 与 <math>A_1D_1</math> 所成的角为 <math>90^\circ</math>.</p> <p>(3) 连接 <math>BC_1, A_1C_1</math>. 因为 <math>AA_1 \parallel CC_1, AA_1=CC_1</math>, 所以四边形 <math>AA_1C_1C</math> 是平行四边形, 故 <math>AC \parallel A_1C_1</math>.</p> <p>因此, 异面直线 <math>A_1B</math> 与 <math>AC</math> 所成的角就是 <math>A_1B</math> 与 <math>A_1C_1</math> 所成的角, 即 <math>\angle C_1A_1B</math>.</p> <p>因为 <math>A_1B, BC_1, A_1C_1</math> 都是正方体的面对角线, 所以 <math>A_1B=BC_1=A_1C_1</math>, 从而 <math>\triangle A_1BC_1</math> 是等边三角形.</p> <p>因此 <math>\angle C_1A_1B=60^\circ</math>, 即异面直线 <math>A_1B</math> 与 <math>AC</math> 所成的角为 <math>60^\circ</math>.</p>	<p>引导学生分析, 注意解题过程的规范性和严谨性, 帮助学生养成良好的学习习惯, 提升学生的数学运算、逻辑推理素养.</p>
	<p><b>【课堂练习】</b></p>	<p>通过随堂练习</p>

	<p>1. 如果两条直线没有公共点, 则这两条直线的位置关系是 ( ).</p> <p>A. 平行    B. 异面    C. 共面    D. 平行或异面</p> <p>2. 在两个相交平面内各画一条直线, 使它们成为:</p> <p>(1) 平行直线;    (2) 相交直线;    (3) 异面直线.</p> <p>3. 判断下列命题的真假:</p> <p>(1) 如果两条直线分别在两个平面内, 那么它们是异面直线;</p> <p>(2) 如果两条直线垂直, 那么它们一定相交;</p> <p>(3) 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行;</p> <p>(4) 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线垂直;</p> <p>(5) 过直线外一点有无数条直线与已知直线异面.</p> <p>4. 已知 <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> 表示直线, 判断下列命题是否正确, 并说明理由:</p> <p>(1) 若 <math>a \parallel b</math>, <math>c \perp a</math>, 则 <math>c \perp b</math>;</p> <p>(2) 若 <math>a \perp c</math>, <math>b \perp c</math>, 则 <math>a \parallel b</math>.</p> <p>5. 如图所示, 在长方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中, 已知 <math>AB=\sqrt{3}</math>, <math>AD=\sqrt{3}</math>, <math>AA_1=1</math>. 求:</p> <p>(1) 直线 <math>BC</math> 和 <math>A_1C_1</math> 所成的角;</p> <p>(2) 直线 <math>AA_1</math> 和 <math>BC_1</math> 所成的角.</p>	<p>习, 巩固知识点.</p>
<p>小结</p>	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 异面直线的判断方法.</p> <p>(2) 求异面直线所成的角.</p>	<p>回顾学习的过程, 总结本节课的收获.</p>