

### 5.3.2 直线与平面垂直（第1课时）

#### 【学情分析】

学生在前面学习了直线与平面的位置关系,因此可以对学生的知识体系进行顺应性建构,直线与平面垂直是直线与平面相交关系中的一种.从学科核心素养来看,学生具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养,但逻辑推理仍是学生的薄弱环节,教学时需要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习,逐步提升学生的逻辑推理能力.

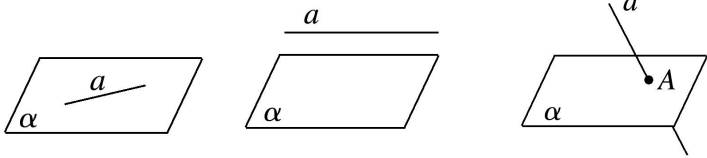
#### 【教学目标】

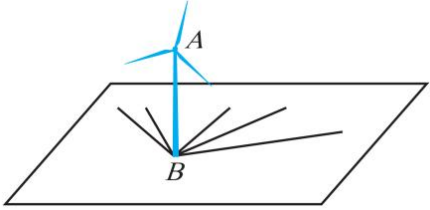
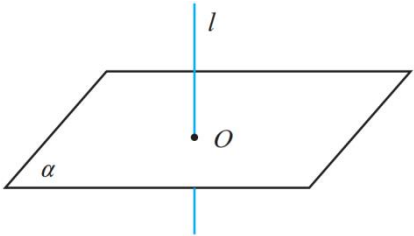
- (1) 会描述直线与平面垂直的定义,掌握直线与平面垂直的判定定理,并会简单应用.
- (2) 理解直线与平面垂直的判定定理,提升学生的直观想象、逻辑推理、数学抽象等核心素养.
- (3) 在探索直线与平面垂直的判定定理时,感悟和体验线面垂直转化为线线垂直的过程,进一步感悟数学中化繁为简的转化思想,培养学生独立思考、交流合作的品质.

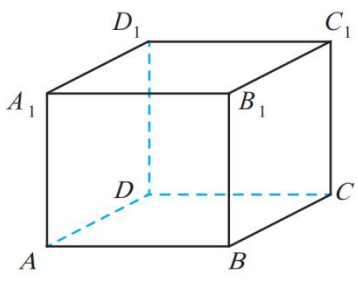
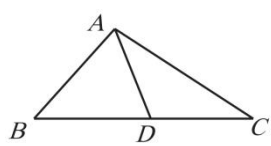
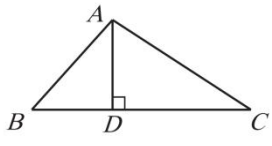
#### 【教学重点和难点】

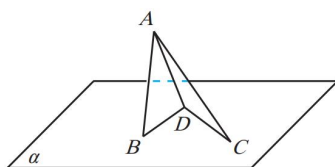
本节课的教学重点是直线与平面垂直的判定定理,教学难点是直线与平面垂直的判定定理的应用.

#### 【教学过程】

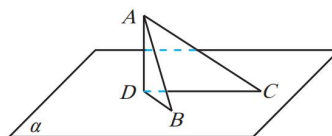
教学环节	教学内容	设计意图
复习	<p>回顾直线和平面的位置关系,如下图:</p> 	回忆直线和平面的位置关系,由此引入直线与平面垂直的新课.
新课	<p><b>【问题1】</b></p> <p>在日常生活中,我们对直线与平面垂直有很多感性认识.比如,图中风车塔筒与地面的垂直关系、书脊与桌面的垂直关系等,都给我们以直线与平面垂直的直观形象.那么什么叫做直</p>	从学生生活经验出发,帮助学生理解直

	<p>线与平面垂直呢？观察阳光下直立于水平地面的风车塔筒和它在地面上的影子，如图所示，我们发现，随着时间的变化，尽管影子的位置在移动，但是风车塔筒所在的直线始终与影子所在的直线垂直．若直线 <math>AB</math> 与平面内任意一条过点 <math>B</math> 的直线垂直，那么它与平面内的任意一条直线都垂直吗？</p>  <p><b>思考：</b></p> <p>(1) 风车塔筒 <math>AB</math> 与平面上不过点 <math>B</math> 的直线垂直吗？</p> <p>(2) 风车塔筒 <math>AB</math> 与平面上的任意直线垂直吗？</p> <p><b>【预案】</b> (1) 垂直，因为我们可以过点 <math>B</math> 作该直线的平行线，这样直线 <math>AB</math> 与该直线也垂直；(2) 垂直．</p> <p>能否把直观的形象数学化，用确切的数学语言描述直线与平面垂直？类比风车塔筒与地面的位置关系的研究方法，我们根据直线与平面内任意直线的位置关系来说明．</p> <p><b>【抽象概括】</b></p> <p><b>直线与平面垂直的定义：</b>如果直线 <math>l</math> 与平面 <math>\alpha</math> 内的任意一条直线都垂直，我们就说直线 <math>l</math> 与平面 <math>\alpha</math> 互相垂直，记作 <math>l \perp \alpha</math>．直线 <math>l</math> 称为平面 <math>\alpha</math> 的垂线，平面 <math>\alpha</math> 称为直线 <math>l</math> 的垂面，直线与平面垂直时，它们唯一的公共点 <math>O</math> 称为垂足，如下图所示．</p>  <p><b>点到平面距离的定义：</b>垂线上任意一点到垂足间的线段，称为这个点到这个平面的<b>垂线段</b>，垂线段的长度称为这个点到这个平面的距离．</p>	<p>线与平面垂直的定义，感受数学与生活的联系．</p>

	<p><b>【问题 2】</b> 如图，在长方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中，侧棱 <math>AA_1</math> 所在直线与底面 <math>AC</math> 垂直，哪条线段的长度是点 <math>A_1</math> 到平面 <math>AC</math> 的距离？</p>  <p><b>【预案】</b> 线段 <math>AA_1</math> 的长度是点 <math>A_1</math> 到平面 <math>AC</math> 的距离。</p> <p>同时，我们也能发现这样的事实：</p> <p>过一点有且只有一条直线与已知平面垂直，过一点有且只有一个平面与已知直线垂直。</p>	<p>培养学生的空间想象力，让学生感受概念的形成过程，提升学生的归纳总结能力和数学抽象素养。</p>
	<p><b>【问题 3】</b></p> <p>如图所示，准备两张完全相同的三角形纸片，过顶点 <math>A</math> 进行折叠，使一张纸的折痕 <math>AD</math> 与 <math>BC</math> 不垂直，另一张纸的折痕 <math>AD</math> 与 <math>BC</math> 垂直，然后将折叠后的两张纸略微展开，立在水平桌面 <math>\alpha</math> 上（<math>BD, DC</math> 均在桌面 <math>\alpha</math> 内）。哪一种折法能使折痕 <math>AD</math> 与桌面 <math>\alpha</math> 垂直？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>(1)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(2)</p> </div> </div> <p><b>【预案】</b> 实验发现，当 <math>AD \perp BC</math> 时，折痕 <math>AD</math> 与桌面 <math>\alpha</math> 垂直。</p>	<p>引导学生通过直线与直线垂直证明直线与平面垂直，提升学生的逻辑推理和数学抽象素养。</p>



(1)



(2)

**【追问】** 如何翻折才能使折痕  $AD$  与桌面  $\alpha$  垂直？

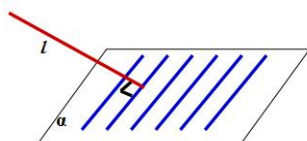
**【预案】** 当  $AD$  与两条相交直线  $BD$ ,  $DC$  都垂直时.

**【追问】** 为什么一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直，这条直线就和这个平面垂直？

**【预案】** 两条相交直线可以确定一个平面.

**【追问】** 两条平行直线也可以确定一个平面，为什么两条平行直线都垂直于一条直线的时，直线和平面不一定垂直呢？

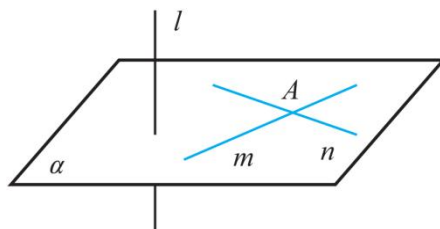
**【预案】** 如图，直线与平面中两条平行直线都垂直，但是直线和平面不垂直.



**【抽象概括】**

**直线与平面垂直的判定定理：**如果一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直，那么这条直线与这个平面垂直.

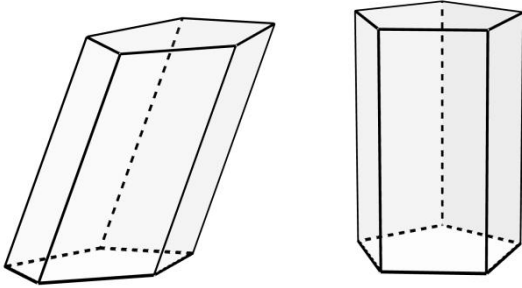
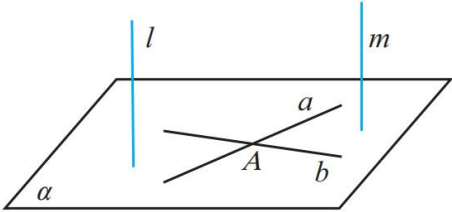
用符号表示为：若  $m \subset \alpha$ ,  $n \subset \alpha$ ,  $m \cap n = A$ ,  $l \perp m$ ,  $l \perp n$ , 则  $l \perp \alpha$ , 如图所示.



上述判定定理告诉我们，直线与平面垂直的问题可以转化为直线与直线垂直的问题来解决.

**【问题 4】** 有一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱吗？有两个相邻的侧面是矩形的棱柱是直棱柱吗？为什么？

启发学生思考，借助图形

	<p><b>【预案】</b> 由下图可知，有一个侧面是矩形的棱柱不一定是直棱柱，有两个相邻的侧面是矩形的棱柱一定是直棱柱，棱垂直于底面的相交直线.</p> 	<p>和直线与平面垂直的判定定理解决问题.</p>
	<p><b>例 1</b> 如图所示，已知 <math>l \parallel m</math>, <math>l \perp \alpha</math>. 求证: <math>m \perp \alpha</math>.</p>  <p><b>分析:</b> 只要证明直线与平面内两条相交直线都垂直即可.</p> <p><b>证明:</b> 在平面<math>\alpha</math>内作两条直线 <math>a, b</math>, 使 <math>a \cap b = A</math>.</p> <p>因为 <math>l \perp \alpha</math>, 所以根据直线与平面垂直的定义可知 <math>l \perp a, l \perp b</math>.</p> <p>因为 <math>l \parallel m</math>, 所以 <math>m \perp a, m \perp b</math>.</p> <p>因为 <math>a \subset \alpha, b \subset \alpha</math>, 且 <math>a \cap b = A</math>, 所以 <math>m \perp \alpha</math>.</p> <p>由上面的例题, 我们可以得到如下结论:</p> <p><b>推论</b> 在两条平行线中, 如果有一条直线垂直于一个平面, 那么另一条直线也垂直于这个平面.</p>	<p>引导学生自主分析, 注意证明过程的规范性和严谨性, 帮助学生养成良好的学习习惯, 提升学生的逻辑推理素养.</p>
	<p><b>【课堂练习】</b></p> <p>如图所示, 四边形 <math>ABCD</math> 是正方形, <math>PA \perp</math> 平面 <math>AC</math>, <math>BD \cap AC = O</math>. 求证:</p> <p>(1) <math>CD \perp</math> 平面 <math>PAD</math>;</p>	<p>巩固知识点.</p>

