

5.3.2 直线与平面垂直（第1课时）

【学情分析】

学生在前面学习了直线与平面的位置关系，因此可以对学生的知识体系进行顺应性建构，直线与平面垂直是直线与平面相交关系中的一种。从学科核心素养来看，学生具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养，但逻辑推理仍是学生的薄弱环节，教学时需要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生的逻辑推理能力。

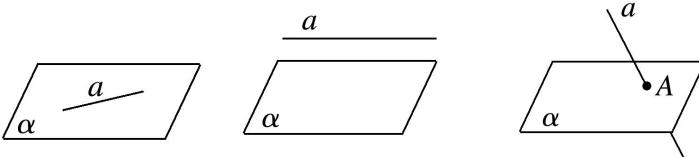
【教学目标】

- (1) 会描述直线与平面垂直的定义，掌握直线与平面垂直的判定定理，并会简单应用。
- (2) 理解直线与平面垂直的判定定理，提升学生的直观想象、逻辑推理、数学抽象等核心素养。
- (3) 在探索直线与平面垂直的判定定理时，感悟和体验线面垂直转化为线线垂直的过程，进一步感悟数学中化繁为简的转化思想，培养学生独立思考、交流合作的品质。

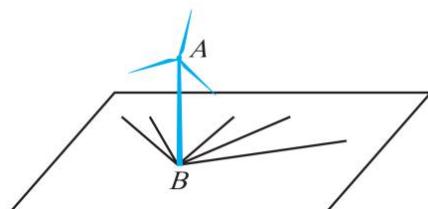
【教学重点和难点】

本节课的教学重点是直线与平面垂直的判定定理，教学难点是直线与平面垂直的判定定理的应用。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	回顾直线和平面的位置关系，如下图： 	回忆直线和平面的位置关系，由此引入直线与平面垂直的新课。
新课	【问题1】 在日常生活中，我们对直线与平面垂直有很多感性认识。比如，图中风车塔筒与地面的垂直关系、书脊与桌面的垂直关系等，都给我们以直线与平面垂直的直观形象。那么什么叫做直	从学生生活经验出发，帮助学生理解直

线与平面垂直呢？观察阳光下直立于水平地面的风车塔筒和它在地面上的影子，如图所示，我们发现，随着时间的变化，尽管影子的位置在移动，但是风车塔筒所在的直线始终与影子所在的直线垂直。若直线 AB 与平面内任意一条过点 B 的直线垂直，那么它与平面内的任意一条直线都垂直吗？



思考：

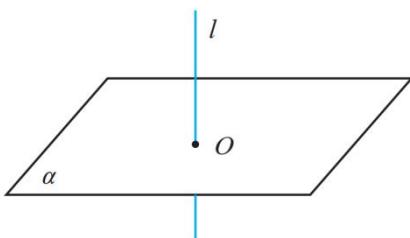
- (1) 风车塔筒 AB 与平面上不过点 B 的直线垂直吗？
- (2) 风车塔筒 AB 与平面上的任意直线垂直吗？

【预案】 (1) 垂直，因为我们可以过点 B 作该直线的平行线，这样直线 AB 与该直线也垂直； (2) 垂直。

能否把直观的形象数学化，用确切的数学语言描述直线与平面垂直？类比风车塔筒与地面的位置关系的研究方法，我们根据直线与平面内任意直线的位置关系来说明。

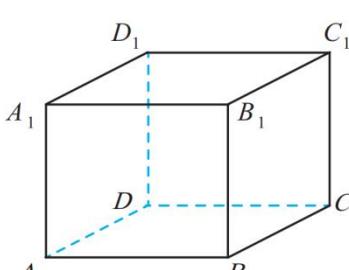
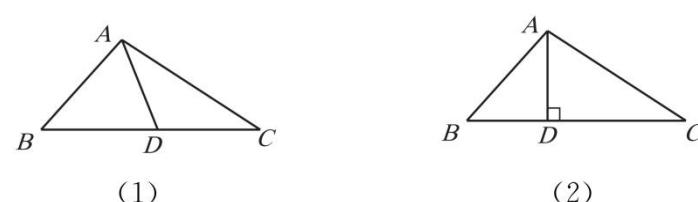
【抽象概括】

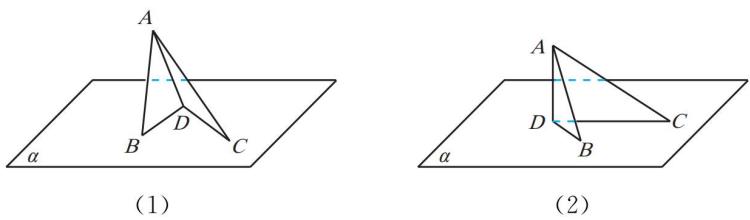
直线与平面垂直的定义：如果直线 l 与平面 α 内的任意一条直线都垂直，我们就说直线 l 与平面 α 互相垂直，记作 $l \perp \alpha$ 。直线 l 称为平面 α 的垂线，平面 α 称为直线 l 的垂面，直线与平面垂直时，它们唯一的公共点 O 称为垂足，如下图所示。



点到平面距离的定义：垂线上任意一点到垂足间的线段，称为这个点到这个平面的垂线段，垂线段的长度称为这个点到这个平面的距离。

线与平面垂直的定义，感受数学与生活的联系。

<p>【问题2】 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 侧棱 AA_1 所在直线与底面 AC 垂直, 哪条线段的长度是点 A_1 到平面 AC 的距离?</p>  <p>【预案】 线段 AA_1 的长度是点 A_1 到平面 AC 的距离. 同时, 我们也能发现这样的事实: 过一点有且只有一条直线与已知平面垂直, 过一点有且只有一个平面与已知直线垂直.</p>	<p>培养学生的空间想象力, 让学生感受概念的形成过程. 提升学生的归纳总结能力, 和数学抽象素养.</p>
<p>【问题3】</p> <p>如图所示, 准备两张完全相同的三角形纸片, 过顶点 A 进行折叠, 使一张纸的折痕 AD 与 BC 不垂直, 另一张纸的折痕 AD 与 BC 垂直, 然后将折叠后的两张纸略微展开, 立在水平桌面 α 上 (BD, DC 均在桌面 α 内). 哪一种折法能使折痕 AD 与桌面 α 垂直?</p>  <p>【预案】 实验发现, 当 $AD \perp BC$ 时, 折痕 AD 与桌面 α 垂直.</p>	<p>引导学生通过直线与直线垂直证明直线与平面垂直, 提升学生的逻辑推理和数学抽象素养.</p>



【追问】 如何翻折才能使折痕 AD 与桌面 α 垂直?

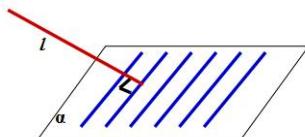
【预案】 当 AD 与两条相交直线 BD , DC 都垂直时.

【追问】 为什么一条直线和一个平面内的两条相交直线都垂直, 这条直线就和这个平面垂直?

【预案】 两条相交直线可以确定一个平面.

【追问】 两条平行直线也可以确定一个平面, 为什么两条平行直线都垂直于一条直线的时, 直线和平面不一定垂直呢?

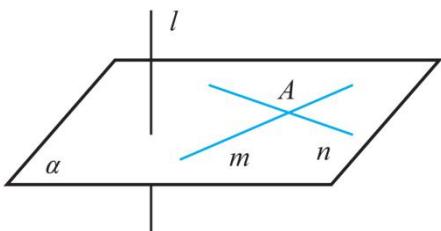
【预案】 如图, 直线与平面中两条平行直线都垂直, 但是直线和平面不垂直.



【抽象概括】

直线与平面垂直的判定定理: 如果一条直线与一个平面内的两条相交直线垂直, 那么这条直线与这个平面垂直.

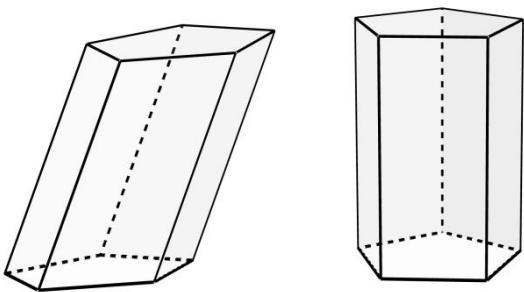
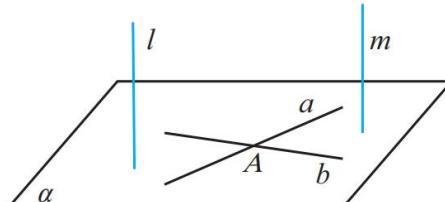
用符号表示为: 若 $m \subset \alpha$, $n \subset \alpha$, $m \cap n = A$, $l \perp m$, $l \perp n$, 则 $l \perp \alpha$, 如图所示.



上述判定定理告诉我们, 直线与平面垂直的问题可以转化为直线与直线垂直的问题来解决.

【问题 4】 有一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱吗? 有两个相邻的侧面是矩形的棱柱是直棱柱吗? 为什么?

启发学生思考, 借助图形

	<p>【预案】 由下图可知，有一个侧面是矩形的棱柱不一定是直棱柱，有两个相邻的侧面是矩形的棱柱一定是直棱柱，棱垂于底面的相交直线.</p> 	和直线与平面垂直的判定定理解决问题.
	<p>例 1 如图所示，已知 $l \parallel m$, $l \perp \alpha$. 求证: $m \perp \alpha$.</p>  <p>分析: 只要证明直线与平面内两条相交直线都垂直即可.</p> <p>证明: 在平面 α 内作两条直线 a, b, 使 $a \cap b = A$.</p> <p>因为 $l \perp \alpha$, 所以根据直线与平面垂直的定义可知 $l \perp a$, $l \perp b$.</p> <p>因为 $l \parallel m$, 所以 $m \perp a$, $m \perp b$.</p> <p>因为 $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$, 且 $a \cap b = A$, 所以 $m \perp \alpha$.</p> <p>由上面的例题, 我们可以得到如下结论:</p> <p>推论 在两条平行线中, 如果有一条直线垂直于一个平面, 那么另一条直线也垂直于这个平面.</p>	引导学生自主分析, 注意证明过程的规范性和严谨性, 帮助学生养成良好的学习习惯, 提升学生的逻辑推理素养.
	<p>【课堂练习】</p> <p>如图所示, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $PA \perp$ 平面 AC, $BD \cap AC = O$. 求证:</p> <p>(1) $CD \perp$ 平面 PAD;</p>	巩固知识点.

	<p>(2) $BD \perp$ 平面 PAC.</p>	
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 直线与平面垂直的定义. (2) 点到平面的距离的定义. (3) 直线与平面垂直的判定定理.</p>	<p>回顾学习的过程，总结本节课的收获.</p>