5.3.3　直线与平面所成的角（第 1 课时）

【学情分析】

在本节课之前，学生已经学习了直线与平面的三种位置关系、直线与平面平行、直线与平面垂直等相关内容，前阶段还学习了两条异面直线所成角的定义等，具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养. 本节内容起着承上启下的作用，为后续学习二面角打好基础. 本节课主要研究如何得出直线与平面所成角的相关概念，如何求直线与平面所成的角及直线与平面所成角的简单应用，内容层层推进，培养学生的逻辑推理能力、空间感知能力和空间想象能力.

【教学目标】

（1）掌握直线与平面所成角的概念，能熟练求直线与平面所成的角，会读图、作图.

（2）通过求直线与平面所成的角，提升数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养.

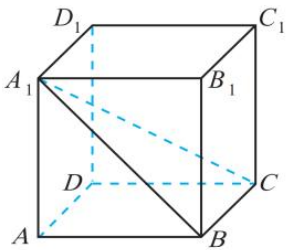
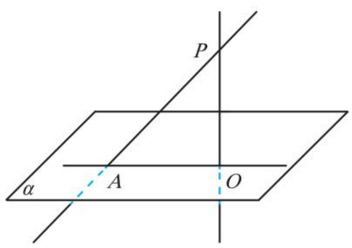
（3）通过本节课的学习和应用实践，提高学生的观察能力和空间想象能力，加强学生对立体感和数学美感的感知.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是求直线与平面所成角，教学难点是在立体图形中找出或作出直线与平面所成的角.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	通过提问，复习以下内容. （1）直线与平面的位置关系. **【预案】** 直线在平面内，直线与平面相交，直线与平面平行. （2）直线与平面垂直的判定定理. **【预案】** 直线与平面垂直的判定定理：如果一条直线与一个平面内的	本节内容建立在线面垂直的基础之上，所以学生必须对线面垂直的定义、判定定理和性质定理

	两条相交直线垂直，那么这条直线与这个平面垂直．	非常熟悉．课前复习，可以为新课的学习扫清障碍．
	【问题 1】 如图所示，观察正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$．  （1）图中哪些直线与平面 $ABCD$ 相交并垂直？ **【预案】** 直线 A_1A，B_1B，C_1C，D_1D． （2）图中哪些直线与平面 $ABCD$ 相交但不垂直？ **【预案】** 直线 A_1B，A_1C．	用问题引导学生一步步探究直线与平面相交时的相对位置．
新课	**【问题 2】** 通过上述问题情境，我们如何描述直线与平面相交并且不垂直时的相对位置？ 如图所示，一条直线 PA 和一个平面α相交，但不和这个平面垂直，这条直线称为这个平面的**斜线**，斜线和平面的交点 A 称为**斜足**．过斜线上斜足以外的一点 P 向平面α引垂线 PO，过垂足 O 和斜足 A 的直线 AO 称为斜线 PA 在这个平面上的**射影**．  **【抽象概括】** 平面上的一条斜线和它在平面上的射影所成的角，称为**这条斜线和这个平面所成的角．** 在问题 1 的图形中，$\angle A_1BA$ 就是直线 A_1B 与平面 $ABCD$ 所成的角；在问题 2 的图形中，$\angle PAO$ 就是直线 PA 与平面α	引导学生分析如何作出斜线与平面所成的角，提升学生的逻辑推理和数学抽象素养．

<table>
<tr><td></td><td>所成的角．

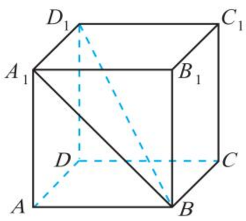
注意：

（1）一条直线垂直于平面，我们说它们所成的角是 90°．

（2）一条直线与平面平行或在平面内，我们说它们所成的角是 0°．

（3）设直线与平面所成的角为θ，则 $0^\circ \leqslant \theta \leqslant 90^\circ$．</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>【问题 3】

如图所示，在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，你能找出对角线 BD_1 分别与六个表面所成的角吗？



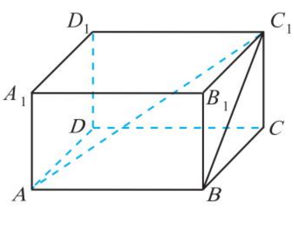
【预案】

（1）求线面角的步骤是先作、再证、后求．

（2）求线面角的关键是要找斜线在平面内的射影．本题需要找 BD_1 分别在六个表面内的射影．

（3）无论是线线角还是线面角，最后都转化为平面角去求解．</td><td>加深学生对线面角定义的理解，让学生能熟练地找出立体图形中的线面角．</td></tr>
<tr><td></td><td>【例 1】

如图所示，已知在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=4$，$AD=4$，$AA_1=2$．求：

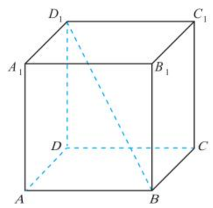


（1）直线 BC_1 与平面 AC 所成角的正切值；

（2）直线 AC_1 与平面 BC_1 所成角的正弦值．

分析：解此题的关键是找出直线 BC_1 与平面 AC 所成的角、直线 AC_1 与平面 BC_1 所成的角．

解：（1） 因为 $CC_1\perp$平面 AC，所以 BC 是 BC_1 在平面 AC</td><td>通过例题，加深学生对线面角定义的理解，并归纳总结出线面角的求解步骤，培养学生的概括能力及数学运算、逻辑推理素养．</td></tr>
</table>

	上的射影，从而$\angle CBC_1$为直线BC_1与平面AC所成的角. 在$\mathrm{Rt}\triangle BCC_1$中，因为$BC=AD=4$，$CC_1=AA_1=2$，所以 $\tan\angle CBC_1=\frac{CC_1}{BC}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$. 故直线$BC_1$与平面 AC所成角的正切值是$\frac{1}{2}$. （2）因为$AB\perp$平面BC_1，所以BC_1是AC_1在平面BC_1上的射影，因此$\angle BC_1A$为直线AC_1与平面BC_1所成的角. 因为$AB=4$，$AD=4$，$AA_1=2$，所以长方体的对角线 $AC_1=\sqrt{AB^2+AD^2+AA_1^{\ 2}}=\sqrt{4^2+4^2+2^2}=6$. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC_1$中，$\sin\angle BC_1A=\frac{AB}{AC_1}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$. 故直线$AC_1$与平面$BC_1$所成角的正弦值是$\frac{2}{3}$.	
	【课堂练习 1】 如图所示，在正方体$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中，求直线BD_1与平面$ABCD$所成角的余弦值.  **【预案】** 连接直线BD，在$\mathrm{Rt}\triangle BDD_1$中找出$BD_1$与平面$ABCD$所成的角.	巩固本节课所学知识点.
小结	引导学生小结. 1．平面斜线、斜足、射影的定义. 2．直线与平面所成角的定义. 3．如何找直线与平面所成的角并求三角函数值.	回顾学习过程，总结本节课的收获.