

### 5.3.3 直线与平面所成的角（第 2 课时）

#### 【学情分析】

学生已经学习了直线与平面的三种位置关系、直线与平面平行、直线与平面垂直等相关内容，以及直线与平面所成角的概念等，具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养. 本节课是上一节学的如何求直线与平面所成的角及线面关系的综合应用，通过多演示、多练习，使学生易于接受，并为后续学习打好基础，同时提升学生的逻辑推理能力、空间想象能力.

#### 【教学目标】

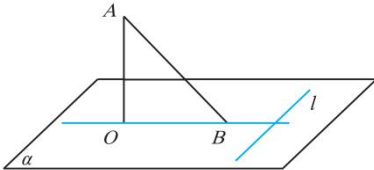
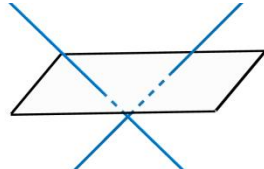
- (1) 会证明线面垂直并能提炼出方法，形成体系；能熟练求直线与平面所成的角并简单应用.
- (2) 通过证明线面垂直，提高学生读图、作图的能力，提升直观想象和逻辑推理素养.
- (3) 培养学生观察、探究、发现问题的能力和空间想象能力，让学生逐步形成立体感，感受数学之美.

#### 【教学重点和难点】

本节课的教学重点是求直线与平面所成的角，教学难点是在立体图形中找出或作出直线与平面所成的角.

#### 【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	通过提问，复习以下内容. (1) 斜线、斜足、射影的概念. (2) 直线与平面所成的角的概念.	课前复习， 为新课的学习 扫清障碍.
新课	<b>【例 2】</b> 如图所示，已知 $AO$ ， $AB$ 分别是平面 $\alpha$ 的垂线和斜线， $O$ ， $B$ 分别是垂足和斜足， $l \subset \alpha$ ， $l \perp OB$ . 求证： $l \perp AB$ . <b>【分析】</b> 本题综合性较强，需要先证明线面垂直，再用线面垂直来证明线线垂直，因为 $AB \subset$ 平面 $ABO$ ，所以只需要证	通过线线垂直来证明线面垂直，对直线与平面所成角

	<p>明 <math>l \perp</math> 平面 <math>ABO</math> 即可.</p> <p><b>证明:</b> 因为 <math>AO \perp \alpha</math>, <math>l \subset \alpha</math>, 所以 <math>l \perp AO</math>.</p> <p>因为 <math>l \perp OB</math>, <math>AO \cap OB = O</math>, 所以 <math>l \perp</math> 平面 <math>ABO</math>.</p> <p>因为 <math>AB \subset</math> 平面 <math>ABO</math>, 所以</p> <p><math>l \perp AB</math>.</p> 	<p>的问题进行简单应用, 提升学生的逻辑推理素养.</p>
	<p><b>【课堂练习 2】</b> 判断下列命题的真假:</p> <p>(1) 两条平行线与同一个平面所成的角一定相等;</p> <p>(2) 如果两条直线与同一个平面所成的角相等, 那么这两条直线平行;</p> <p>(3) 如果平面内的一条直线与平面的斜线在这个平面内的射影垂直, 那么这条直线与斜线垂直;</p> <p>(4) 如果平面内的一条直线与平面的斜线垂直, 那么这条直线与斜线在这个平面内的射影垂直.</p> <p><b>【预案】</b></p> <p>(1) 正确, 两条平行线和平面有不同的位置关系, 应按各种情况分别证明.</p> <p>(2) 不正确, 可以通过画图让学生理解.</p>  <p>(3) 正确, 三垂线定理.</p> <p>(4) 正确, 通过证明线面垂直来推导线线垂直, 是对上面例题的应用.</p>	<p>通过判断命题的真假, 加强学生对直线与平面所成的角的概念的理解.</p>

	<p><b>【课堂练习 3】</b> 如图所示，正三棱锥 <math>A-BCD</math> 的棱长都相等，求直线 <math>AB</math> 与平面 <math>BCD</math> 所成角的余弦值。</p> <p><b>【分析】</b> 求直线 <math>AB</math> 与平面 <math>BCD</math> 所成角的余弦值，需要找出直线 <math>AB</math> 与平面 <math>BCD</math> 所成的角。所以，需要先找出 <math>AB</math> 在平面 <math>BCD</math> 上的射影，过 <math>A</math> 作辅助线垂直平面 <math>BCD</math>，这样比较容易找出直线 <math>AB</math> 与平面 <math>BCD</math> 所成的角。</p> <p><b>解：</b>在正三棱锥 <math>A-BCD</math> 中，过 <math>A</math> 作 <math>AH \perp</math> 平面 <math>BCD</math> 于点 <math>H</math>，则 <math>H</math> 为底面正三角形 <math>BCD</math> 的重心，连接 <math>BH</math>，则 <math>\angle ABH</math> 就是 <math>AB</math> 在平面 <math>BCD</math> 所成角，解 <math>\text{Rt}\triangle ABH</math> 即可。</p> <p>如图，在等边 <math>\triangle BCD</math> 中，<math>BM</math> 为 <math>CD</math> 边上的高，再在四面体 <math>A-BCD</math> 中，过 <math>A</math> 作 <math>AH \perp</math> 平面 <math>BCD</math> 于点 <math>H</math>，则 <math>H</math> 为底面正三角形 <math>BCD</math> 的重心，设 <math>\angle ABH = \alpha</math>，这就是 <math>AB</math> 与平面 <math>BCD</math> 所成的角。</p> <p>设棱长为 <math>a</math>，由 <math>BM</math> 为 <math>CD</math> 边上的高，则 <math>BM = \frac{\sqrt{3}}{2}a</math>。</p> <p>在 <math>\text{Rt}\triangle ABH</math> 中，<math>BH = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a</math>，</p> <p>所以 <math>\cos \angle ABH = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}a}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}</math>。</p> <p>即直线 <math>AB</math> 与平面 <math>BCD</math> 所成角的余弦值为 <math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math>。</p>	<p>通过课堂练习，加深学生对线面角定义的理解，巩固之前的学习成果，增强学生利用辅助线解决问题的意识。</p>
	<p><b>【课堂练习 4】</b> 如图所示，已知直三棱柱 <math>ABC-A_1B_1C_1</math> 的所有棱长都相等，<math>D, E</math> 分别是棱 <math>AB, A_1C_1</math> 的中点。求 <math>DE</math> 与平面 <math>ABC</math> 所成角的正切值。</p> <p><b>【分析】</b> 本题是对前面知识的巩固和综合应用，解题的</p>	<p>让学生学会做辅助线解决综合问题，提高学生对定理的综合应用能力。</p>

	<p>关键是要做出合适的辅助线，考虑到 <math>D, E</math> 分别是棱 <math>AB, A_1C_1</math> 的中点，可以取 <math>AC</math> 的中点.</p> <p><b>解：</b>取 <math>AC</math> 的中点 <math>F</math>，连接 <math>EF, DF</math>. 因为 <math>EF \parallel CC_1, CC_1 \perp</math> 平面 <math>ABC</math>，所以 <math>EF \perp</math> 平面 <math>ABC</math>，所以 <math>\angle EDF</math> 是 <math>DE</math> 与平面 <math>ABC</math> 所成的角.</p> <p>设三棱柱的棱长为 2，则 <math>DF=1</math>，  <math>EF=2</math>，所以 <math>\tan \angle EDF = \frac{EF}{DF} = 2</math>.          即 <math>DE</math> 与平面 <math>ABC</math> 所成角的正切值为 2.</p>	
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>求直线与平面所成的角的步骤：</p> <p>(1) 作（找）出直线与平面所成的角；</p> <p>(2) （在三角形中）求出直线与平面所成的角.</p>	<p>回顾学习的过程，总结本节课的收获.</p>

