

## 5.4.2 平面与平面垂直（第1课时）

### 【学情分析】

学生在前面已经学习了直线与平面垂直的定义、判定定理及性质定理，且具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养。本节课由生活中常见的实例出发，探索二面角的概念及度量的过程，通过归纳两个平面垂直的判定定理内容，提高学生的抽象概括能力。教学时，教师要注意低起点、多示范、多练习，使学生体会化归与转化的观点，进一步提升学生的数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养。

### 【教学目标】

- (1) 知道二面角的概念与度量，知道平面与平面垂直的定义，掌握两个平面垂直的判定定理，并会简单应用。
- (2) 理解平面与平面垂直的判定定理，增强学生把空间问题转化为平面问题的意识，提升学生的数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养；
- (3) 结合生活实例，体会把实际问题转化为数学问题的过程，并用数学概念和数学知识解决问题，培养学生独立思考、交流合作的能力。

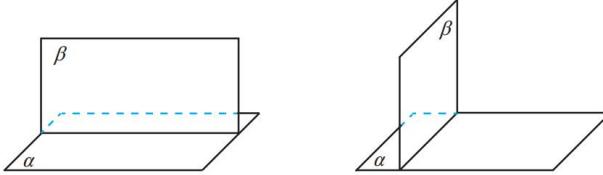
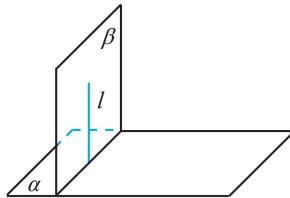
### 【教学重点和难点】

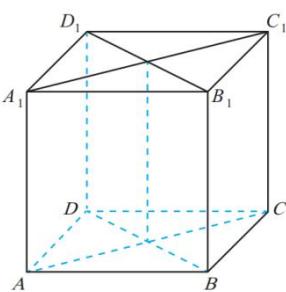
本节课的教学重点是平面与平面垂直的判定定理，教学难点是二面角的概念与度量，平面与平面垂直的判定定理的归纳概括及应用。

### 【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	<p><b>【问题1】</b> 直线与直线相交成一定的角，那么平面与平面相交是否也成一定的角？</p> <p><b>【预案】</b> 利用水坝和笔记本电脑两个实例，引出两个平面相交的相对位置可由两个平面所成的“角”确定。</p>  	通过实例让学生感知二面角，感受生活中处处有数学，数学用途广泛，增加学习数学的兴趣。
新课	<b>【归纳概括】</b>	

	<p><b>二面角的概念:</b> 一般地, 从一条直线出发的两个半平面所组成的图形称为二面角. 这条直线称为二面角的棱, 这两个半平面称为二面角的面.</p> <p>如图所示, 棱为 <math>AB</math>, 半平面分别为 <math>\alpha</math>, <math>\beta</math> 的二面角, 记作二面角 <math>\alpha</math>-<math>AB</math>-<math>\beta</math>.</p> <p><b>【问题 2】</b> 举出生活中一些二面角的例子.</p> <p><b>【预案】</b> 教室的门在打开的过程中, 与墙面形成一定的角度. 书本翻开的过程中, 两张纸面形成一定的角度.</p>	<p>概括二面角的概念、记法.</p> <p>通过举例, 加深理解.</p>
	<p><b>【问题 3】</b> 在笔记本电脑被打开的过程中, 我们能感受到两个平面之间的“张角”会逐渐变大, 如何来刻画这个“张角”呢?</p> <p><b>【概括定义】</b></p> <p>如图所示, 在二面角 <math>\alpha</math>-<math>l</math>-<math>\beta</math> 的棱 <math>l</math> 上任取一点 <math>O</math>, 以点 <math>O</math> 为垂足, 在半平面 <math>\alpha</math> 和 <math>\beta</math> 内分别作垂直于棱 <math>l</math> 的射线 <math>OA</math> 和 <math>OB</math>, 则射线 <math>OA</math> 和 <math>OB</math> 构成的 <math>\angle AOB</math> 称为二面角的平面角.</p>	<p>通过度量二面角, 引导学生用平面化的思想思考问题.</p>
	<p><b>注意:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 二面角的大小可以用它的平面角 <math>\theta</math> 的大小来度量, 二面角的平面角是多少度, 就说这个二面角是多少度. 我们约定, <math>0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ</math>.</li> <li>(2) 平面角是直角的二面角称为直二面角.</li> </ul> <p><b>【典型例题】</b></p> <p><b>例 1</b> 如图所示, 在正方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中, 求二面角 <math>D_1</math>-<math>AB</math>-<math>D</math> 的大小.</p> <p><b>【问题 4】</b> 如何求二面角的大小?</p> <p><b>【预案】</b> 需要先找出二面角的平面角, 然后求出平面角的大小.</p> <p><b>解:</b> 连接 <math>D_1A</math>. 在正方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中, <math>AB \perp</math> 平面 <math>ADD_1A_1</math>, 所以 <math>AB \perp AD_1</math>, <math>AB \perp AD</math>.</p>	<p>引导学生深入探究, 提升学生的数学运算、逻辑推理素养.</p>

	<p>因此<math>\angle D_1AD</math>为二面角<math>D_1-AB-D</math>的一个平面角.</p> <p>在等腰直角三角形<math>D_1AD</math>中, <math>\angle D_1AD=45^\circ</math>, 所以二面角<math>D_1-AB-D</math>的大小为<math>45^\circ</math>.</p>	
	<p><b>【问题5】</b> 观察教室的墙面与地面, 它们所成的二面角的大小是多少? 它们是什么位置关系?</p> <p><b>【预案】</b> 它们所成的二面角的大小是<math>90^\circ</math>, 它们所在的平面互相垂直.</p> <p>一般地, 两个平面所成的二面角是直二面角时, 我们就说这两个平面互相垂直.</p> <p><b>【问题6】</b> 怎么画两个互相垂直的平面?</p> <p><b>【预案】</b> 通常画成下图的样子, 此时, 把竖直平面的竖边画成与水平平面的横边垂直. 平面<math>\alpha</math>与<math>\beta</math>垂直, 记作<math>\alpha \perp \beta</math>.</p> 	由直二面角的定义引出两平面垂直的定义, 注意画法.
	<p><b>【问题7】</b> 为什么教室的门绕门轴转动到任何位置, 门所在的平面都与地面垂直?</p> <p><b>【预案】</b> 通过观察, 我们可以发现, 门在转动的过程中, 门轴所在直线始终与地面垂直, 所以门所在的平面始终与地面垂直.</p> <p>同样地, 正方体魔方的侧棱与底面垂直, 经过侧棱的侧面与底面也是垂直的.</p> <p><b>追问:</b> 你能归纳出上述两例的共同特点吗?</p> <p><b>【预案】</b> 都由线面垂直得出面面垂直.</p>	通过实例探究并归纳, 两个平面满足什么条件才能互相垂直.
	<p><b>【归纳概括】</b></p> <p><b>平面与平面垂直的判定定理:</b></p> <p>如果一个平面经过另一个平面的一条垂线, 那么这两个平面互相垂直.</p> <p>用符号表示为: 若<math>l \perp \alpha</math>, <math>l \subset \beta</math>, 则<math>\beta \perp \alpha</math>, 如图所示.</p> 	归纳总结出平面与平面垂直的判定定理, 并用符号表示.

	<p><b>【典型例题】</b></p> <p><b>例 2</b> 如图所示，在正方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中，求证：平面 <math>ACC_1A_1 \perp</math> 平面 <math>BDD_1B_1</math>.</p> <p><b>【问题 8】</b> 如何证明两个平面垂直？</p> <p><b>【预案】</b> 证明两个平面垂直的关键是在其中一个平面内找到一条直线，证明这条直线与另一个平面垂直。</p> <p><b>证明：</b> 在正方体 <math>ABCD-A_1B_1C_1D_1</math> 中，<math>AA_1 \perp</math> 平面 <math>ABCD</math>。      因为 <math>BD \subset</math> 平面 <math>ABCD</math>，所以 <math>BD \perp AA_1</math>。      因为底面四边形 <math>ABCD</math> 为正方形，所以 <math>BD \perp AC</math>。      又因为 <math>AA_1 \cap AC = A</math>，所以 <math>BD \perp</math> 平面 <math>ACC_1A_1</math>。      因为 <math>BD \subset</math> 平面 <math>BDD_1B_1</math>，      所以平面 <math>ACC_1A_1 \perp</math> 平面 <math>BDD_1B_1</math>.</p>		引导学生分析例题，注意证明过程的规范性和严谨性，帮助学生养成良好的学习习惯。
	<p>练习：教材第 169、170 页，练习第 1, 2, 3 题.</p>	巩固知识点.	
<b>小结</b>	引导学生小结. (1) 二面角的概念与度量. (2) 两平面垂直的判定定理. (3) 数学思想方法的应用.	回顾学习的过程，总结本节课的收获.	