

5.4.2 平面与平面垂直（第 1 课时）

【学情分析】

学生在前面已经学习了直线与平面垂直的定义、判定定理及性质定理，且具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养. 本节课由生活中常见的实例出发，探索二面角的概念及度量的过程，通过归纳两个平面垂直的判定定理内容，提高学生的抽象概括能力. 教学时，教师要注意低起点、多示范、多练习，使学生体会化归与转化的观点，进一步提升学生的数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养.



【教学目标】

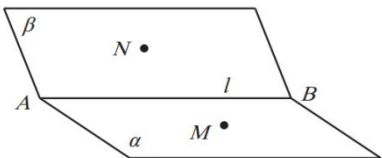
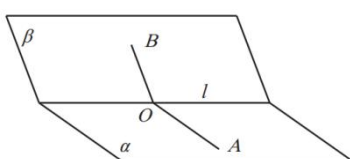
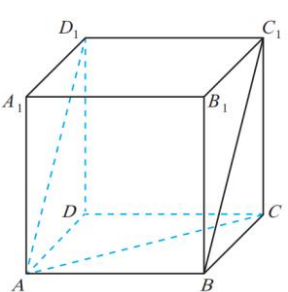
- （1）知道二面角的概念与度量，知道平面与平面垂直的定义，掌握两个平面垂直的判定定理，并会简单应用.
- （2）理解平面与平面垂直的判定定理，增强学生把空间问题转化为平面问题的意识，提升学生的数学运算、直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养；
- （3）结合生活实例，体会把实际问题转化为数学问题的过程，并用数学概念和数学知识解决问题，培养学生独立思考、交流合作的能力.


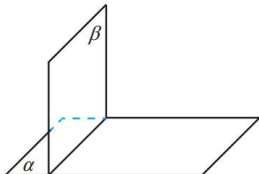
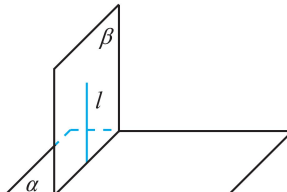
【教学重点和难点】

本节课的教学重点是平面与平面垂直的判定定理，教学难点是二面角的概念与度量，平面与平面垂直的判定定理的归纳概括及应用.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	<p>【问题 1】 直线与直线相交成一定的角，那么平面与平面相交是否也成一定的角？</p> <p>【预案】 利用水坝和笔记本电脑两个实例，引出两个平面相交的相对位置可由两个平面所成的“角”确定.</p> <div></div>	通过实例让学生感知二面角，感受生活中处处有数学，数学用途广泛，增加学习数学的兴趣.
新课	【归纳概括】	

	<p>二面角的概念：一般地，从一条直线出发的两个半平面所组成的图形称为二面角. 这条直线称为二面角的棱，这两个半平面称为二面角的面.</p> <p>如图所示，棱为 AB，半平面分别为 α, β 的二面角，记作二面角 $\alpha-AB-\beta$.</p> <p>【问题 2】 举出生活中一些二面角的例子.</p> <p>【预案】 教室的门在打开的过程中，与墙面形成一定的角度. 书本翻开的过程中，两张纸面形成一定的角度.</p> 	<p>概括二面角的概念、记法.</p> <p>通过举例，加深理解.</p>
	<p>【问题 3】 在笔记本电脑被打开的过程中，我们能感受到两个平面之间的“张角”会逐渐变大，如何来刻画这个“张角”呢？</p> <p>【概括定义】</p> <p>如图所示，在二面角 $\alpha-l-\beta$ 的棱 l 上任取一点 O，以点 O 为垂足，在半平面 α 和 β 内分别作垂直于棱 l 的射线 OA 和 OB，则射线 OA 和 OB 构成的 $\angle AOB$ 称为二面角的平面角.</p>  <p>注意：</p> <p>(1) 二面角的大小可以用它的平面角 θ 的大小来度量，二面角的平面角是多少度，就说这个二面角是多少度. 我们约定，$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$.</p> <p>(2) 平面角是直角的二面角称为直二面角.</p>	<p>通过度量二面角，引导学生用平面化的思想思考问题.</p>
	<p>【典型例题】</p> <p>例 1 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，求二面角 D_1-AB-D 的大小.</p>  <p>【问题 4】 如何求二面角的大小？</p> <p>【预案】 需要先找出二面角的平面角，然后求出平面角的大小.</p> <p>解： 连接 D_1A. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB \perp$ 平面 ADD_1A_1，所以 $AB \perp AD_1$，$AB \perp AD$.</p>	<p>引导学生深入探究，提升学生的数学运算、逻辑推理素养.</p>

	<p>因此$\angle D_1AD$为二面角D_1-AB-D的一个平面角.</p> <p>在等腰直角三角形D_1AD中, $\angle D_1AD=45^\circ$, 所以二面角D_1-AB-D的大小为45°.</p>	
	<p>【问题 5】 观察教室的墙面与地面, 它们所成的二面角的大小是多少? 它们是什么位置关系?</p> <p>【预案】 它们所成的二面角的大小是90°, 它们所在的平面互相垂直.</p> <p>一般地, 两个平面所成的二面角是直二面角时, 我们就说这两个平面互相垂直.</p> <p>【问题 6】 怎么画两个互相垂直的平面?</p> <p>【预案】 通常画成下图的样子, 此时, 把竖直平面的竖边画成与水平平面的横边垂直. 平面α与β垂直, 记作$\alpha\perp\beta$.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	<p>由直二面角的定义引出两平面垂直的定义, 注意画法.</p>
	<p>【问题 7】 为什么教室的门绕门轴转动到任何位置, 门所在的平面都与地面垂直?</p> <p>【预案】 通过观察, 我们可以发现, 门在转动的过程中, 门轴所在直线始终与地面垂直, 所以门所在的平面始终与地面垂直.</p> <p>同样地, 正方体魔方的侧棱与底面垂直, 经过侧棱的侧面与底面也是垂直的.</p> <p>追问: 你能归纳出上述两例的共同特点吗?</p> <p>【预案】 都由线面垂直得出面面垂直.</p>	<p>通过实例探究并归纳, 两个平面满足什么条件才能互相垂直.</p>
	<p>【归纳概括】</p> <p>平面与平面垂直的判定定理:</p> <p>如果一个平面经过另一个平面的一条垂线, 那么这两个平面互相垂直.</p> <p>用符号表示为: 若$l\perp\alpha$, $l\subset\beta$, 则$\beta\perp\alpha$, 如图所示.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center;">  </div>	<p>归纳总结出平面与平面垂直的判定定理, 并用符号表示.</p>

	<p>【典型例题】</p> <p>例 2 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，求证：平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BDD_1B_1.</p> <p>【问题 8】 如何证明两个平面垂直？</p> <p>【预案】 证明两个平面垂直的关键是在其中一个平面内找到一条直线，证明这条直线与另一个平面垂直.</p> <p>证明： 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$. 因为 $BD \subset$ 平面 $ABCD$，所以 $BD \perp AA_1$. 因为底面四边形 $ABCD$ 为正方形，所以 $BD \perp AC$. 又因为 $AA_1 \cap AC = A$，所以 $BD \perp$ 平面 ACC_1A_1. 因为 $BD \subset$ 平面 BDD_1B_1， 所以平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BDD_1B_1.</p>	<p>引导学生分析例题，注意证明过程的规范性和严谨性，帮助学生养成良好的学习习惯.</p>
	<p>练习：教材第 169、170 页，练习第 1，2，3 题.</p>	<p>巩固知识点.</p>
<p>小结</p>	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 二面角的概念与度量.</p> <p>(2) 两平面垂直的判定定理.</p> <p>(3) 数学思想方法的应用.</p>	<p>回顾学习的过程，总结本节课的收获.</p>

