6.1.2　复数的几何意义

【学情分析】

学生在初中已经学过实数的几何意义，实数的绝对值的意义，在前面又学习了复数的概念. 因此，学生较容易通过类比的方法理解复数的几何意义. 从学科核心素养来看，学生具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养，由于复数的概念较为抽象，因此教学时需要注意由浅入深，逐步提升学生的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养.

【教学目标】

（1）理解复数的几何意义，能根据复数的几何意义，在复平面内能描出复数对应的点；会应用复数的几何意义判断复数所在的象限及求复数的模.

（2）通过类比实数的几何意义学习复数的几何意义，类比向量求模学习求复数的模，提高学生的逻辑思维能力.

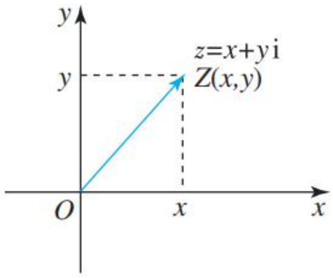
（3）通过复数的几何意义的学习，培养学生数形结合的数学思想，从而激发学生学习数学的兴趣.

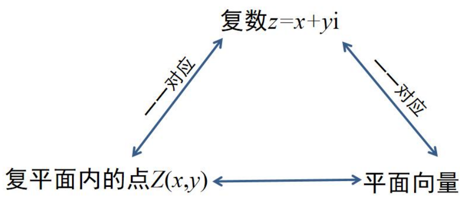
【教学重点和难点】

本节课的教学重点是复数的几何意义及模，教学难点是复数的几何意义及模的综合应用.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	通过提问复习. （1）复数的代数形式是什么？ （2）复数 $z=x+y\text{i}$ （x，$y\in\mathbf{R}$）是实数、虚数、纯虚数所需满足的条件分别是什么？ （3）复数相等的定义和充要条件.	回忆复数的概念，启发学生思考，为新课做准备.
新课	**【问题 1】** 我们知道，实数与数轴上的点一一对应，那么复数 $z=x+y\text{i}$ （x，$y\in\mathbf{R}$）与点 Z（x，y）是否也是一一对应的？	借助实数可以由数轴上的

	【预案】 复数 $z=x+y\mathrm{i}$ 是由有序实数对（x，y）唯一确定的，复数应当是“二维数”，而有序实数对（x，y）在直角坐标平面内与点 Z（x，y）一一对应，如图所示．  	点表示引出研究任务，符合学生的学习需求，方便学生类比实数与数轴的关系．
	【问题 2】 在平面直角坐标系中，每一个平面向量都可以用一个有序实数对来表示，而有序实数对与复数是一一对应的，那么平面向量可以表示复数吗？ **【预案】** 由于点 Z（x，y）与以 O 为始点，Z 为终点的向量 $\overrightarrow{OZ}$ 是一一对应的，所以复数 $z=x+y\mathrm{i}$ 又可用向量 $\overrightarrow{OZ}$ 来表示．	从复数到平面向量，引导学生应用类比的学习方法，提高学生的抽象思维能力．
	【问题 3】 在实数范围内，我们能建立平面直角坐标系．那么，在复数范围内，该如何建立直角坐标系呢？ **【预案】** 建立了直角坐标系来表示复数的平面称为复平面． （1）在复平面内，直角坐标系中的 x 轴表示实轴，y 轴表示虚轴． （2）在复平面内，直角坐标系中的 y 轴表示实轴，x 轴表示虚轴． **追问**：（1）上面两种表示，哪一种更好呢？ （2）用 y 轴表示虚轴，需要说明去掉原点吗？ **【基本概念 1】**	借助平面内的点来表示复数，这是复数的一种几何意义，引导学生这样思考，能提升学生的逻辑推理素养，为建立复数与向量的对应关

	在复平面内，直角坐标系中的 x 轴通常称为**实轴**，y 轴（除去原点）称为**虚轴**. **追问**：（1）任意一个实数 a 与哪个点一一对应？ （2）任意一个纯虚数 $b\mathrm{i}(b\neq 0)$ 与哪个点一一对应？ **【预案】** （1）任意一个实数 a 与x轴上的点（a，0）一一对应. （2）任意一个纯虚数 $b\mathrm{i}(b\neq 0)$ 与y轴上的点（0，b）一一对应. 	系奠定基础. 利用追问启发学生思考，建立知识结构体系.
	【问题 4】 向量的模可以用向量的坐标表示，我们可以定义复数的模吗？ **【基本概念 2】** 向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的模叫做复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 的**模或绝对值**，记作 $\lvert z\rvert$ 或 $\lvert a+b\mathrm{i}\rvert$，$\lvert z\rvert=\lvert a+b\mathrm{i}\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$. 复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 的模的几何意义就是向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的模，就是点 Z（a，b）到坐标原点的距离. **追问**：“实数的模”是什么？ **【预案】** 当 $b=0$ 时，$z=a+b\mathrm{i}$，z 是实数 a，此时它的模就是实数 a 的绝对值 $\lvert a\rvert$.	学生经历向量的模到复数的模的类比学习过程，在解决复数问题时会更主动地应用坐标法和向量法.
	【问题 5】 复数 $z=3+4\mathrm{i}$ 与 $z=3-4\mathrm{i}$ 的模有什么关系？ **【预案】** 这两个复数的模相等. **【基本概念 3】**	借助复数的两个几何意义，熟练计算复数的模，体

	如果两个复数的实部相等，而虚部互为相反数，则称这两个复数互为**共轭复数**. 复数 $z=a+b\mathrm{i}$ 的共轭复数用 $\overline{z}$ 来表示，即 $\overline{z}=a-b\mathrm{i}$. **追问**：互为共轭的两个复数，在复平面内，对应的点和对应的向量有什么位置关系？ **【预案】** 互为共轭的两个复数，实部相等，虚部互为相反数，它们对应的点关于实轴对称，对应的向量也关于实轴对称，并且它们的模相等.	会数形结合的数学思想.
小结	引导学生小结. （1）复数与平面上的点之间的一一对应. （2）复数与向量之间的一一对应. （3）复数的模. （4）共轭复数.	通过对所学知识、方法的总结，可以加深学生对复数几何意义的理解，也可以积累研究数学问题的经验.