

7.1 计数原理(第 2 课时)

【学情分析】

学生在初中阶段学习了概率初步,了解了分步计数的方法,但没有提炼出分步计数原理.我们在上一节课讲授了分类计数原理,可以对学生的知识体系进行顺应性建构,让学生在问题情境中展开讨论、交流,提炼出分步计数原理.从学科核心素养来看,学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学抽象等素养.由于初中阶段对知识要求的降低,数学运算、逻辑推理是学生的薄弱环节,因此在教学时,教师要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习,逐步提升学生各方面的能力.

【教学目标】

(1) 通过生活实例,提炼出分步计数原理,应用分步计数原理分析和解决问题.分清分类、分步两个计数原理的异同,并能够综合应用两个计数原理解决实际问题.

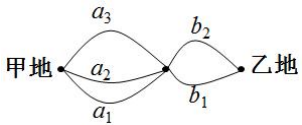
(2) 通过对分步计数原理的理解和应用,提升学生的数学运算、逻辑推理、数学抽象等素养.

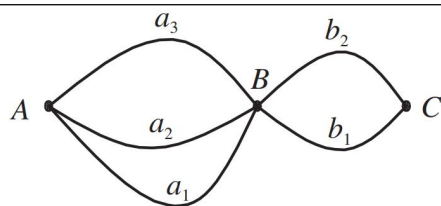
(3) 结合生活实例,让学生感受数学来源于生活,运用于生活,学会用数学的眼光观察事物,用数学的思维分析事物.通过解决问题,培养学生独立思考、交流合作的能力.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是分步计数原理及其应用,教学难点是对分步计数原理的理解.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	<p>数一数,从甲地到乙地有多少种不同的走法.</p> 	从实际问题引出分步计数原理.
新课	<p>【问题 2】</p> <p>由 A 地去 C 地,中间必须经过 B 地,且已知由 A 地到 B 地有 3 条路可走,再由 B 地到 C 地有 2 条路可走(如下图所示),那么由 A 地经 B 地到 C 地有多少种不同的走法?</p>	通过熟悉的问题情境,结合图示,引



把从 A 地经 B 地到 C 地的全部走法写出来:

$$a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2b_2, a_3b_1, a_3b_2.$$

追问：问题 2 要完成一件什么事？

由 A 地去 C 地有几个步骤?

第一步是什么？有多少种不同的走法？

第二步是什么？有多少种不同的走法？

完成这件事一共有多少种不同的方法？

解 $3 \times 2 = 6$ (种).

分步计数原理 完成一件事，如果需要分成 n 个步骤，且：

做第 1 步有 m_1 种不同的方法，做第 2 步有 m_2 种不同的方法，……，做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有

$$N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$$

种不同的方法.

导学生一步步
分析解题思路.

引导学生
展开讨论研
究, 提炼出分
步计数原理.

例 3 书架上层有不同的数学书 15 本，中层有不同的语文书 18 本，下层有不同的物理书 7 本. 现从中取出数学、语文、物理书各一本，则有多少种不同的取法？

追问：例3 要完成一件什么事？

完成这件事分为几个步骤？

每一个步骤中有几种不同的方法？

完成这件事一共有多少种不同的方法？

解决这个问题用了什么计数原理？

解 根据分步计数原理, 可知共有

$$N=15\times18\times7=1\,890$$

种不同的取法.

例 4 某农场要在 4 种不同类型的土地上, 试验种植 $A, B,$

引导学生依据分步计数原理分析和解决问题,深化对分步计数原理的理解,培养学生的逻辑思维能力.

	<p>C, D 这 4 种不同品种的小麦, 要求每种土地上试种一种小麦, 则有多少种不同的试验方案?</p> <p>追问: 例 4 要完成一件什么事?</p> <p>完成这件事分为几个步骤?</p> <p>每一个步骤中有几种不同的方法?</p> <p>完成这件事一共有多少种不同的方法?</p> <p>解决这个问题用了什么原理?</p> <p>解 确定有多少种不同的试验方案, 可以分成四个步骤完成:</p> <p>第 1 步, 先考虑 A 种小麦, 可在 4 种不同类型的土地中任选 1 种, 有 4 种选法;</p> <p>第 2 步, 考虑 B 种小麦, 可在剩下的 3 种不同类型的土地中任选 1 种, 有 3 种选法;</p> <p>第 3 步, 考虑 C 种小麦, 再在剩下的 2 种不同类型的土地中任选 1 种, 有 2 种选法;</p> <p>第 4 步, 最后考虑 D 种小麦, 只剩下 1 种类型的土地, 因此只有 1 种选法.</p> <p>根据分步计数原理, 可知共有</p> $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ <p>种不同的试验方案.</p> <p>例 5 由数字 1, 2, 3, 4, 5 可以组成多少个 3 位数? (各位上的数字可以重复)</p> <p>追问: 例 5 要完成一件什么事?</p> <p>解决问题的思路是什么?</p> <p>解 根据分步计数原理, 共组成不同的 3 位数</p> $5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ (个)}.$	<p>帮助学生感受数学来源于生活, 运用于生活, 学会用数学的眼光观察事物, 用数学的思维分析事物, 提升学生的逻辑推理素养.</p>
	<p>【问题 3】</p> <p>引导学生说一说两个基本原理的异同.</p> <p>两个基本原理的共同点是, 都是研究“完成一件事, 共有</p>	<p>巩固两个计数原理, 加深学生对分类计</p>

	<p>多少种不同的方法”，它们的区别在于一个与“分类”有关，另一个与“分步”有关.</p> <p>如果完成一件事有 n 类不同的办法，无论哪一类办法中的哪一种都能单独地完成这件事，求完成这件事的方法的种数，就用分类计数原理；如果完成一件事，需要分成 n 个步骤，各个步骤都不可缺少，需要完成所有的步骤才能完成这件事，而完成每个步骤又各有若干方法，求完成这件事的方法的种数，就用分步计数原理.</p> <p>例 6 甲班有三好学生 8 人，乙班有三好学生 6 人，丙班有三好学生 9 人.</p> <p>(1) 从这 3 个班中任选 1 名三好学生，参加三好学生表彰会，有多少种不同的选法？</p> <p>(2) 从这 3 个班中各选 1 名三好学生，参加三好学生表彰会，有多少种不同的选法？</p> <p>追问：这两道小题分别要完成一件什么事？</p> <p>解决问题的思路是什么？</p> <p>解 (1) 依分类计数原理，不同的选法种数是</p> $N=8+6+9=23;$ <p>(2) 依分步计数原理，不同的选法种数是</p> $N=8\times 6\times 9=432.$ <p>因此，从 3 个班中任选 1 名三好学生，有 23 种不同的选法；从 3 个班中各选出 1 名三好学生，有 432 种不同的选法.</p> <p>追问：使用分类计数原理时要注意什么？</p> <p>使用分类计数原理，要对能够完成这件事的所有方法进行分类. 分类时，要根据这件事的特点确定一个分类的标准，要在不重不漏的标准下进行分类，即完成这件事的任何一种方法必须包含于某一类之中，且仅包含于该类之中.</p> <p>追问：使用分步计数原理时要注意什么？</p> <p>使用分步计数原理，首先要对能够完成这件事的过程进行</p>	<p>数原理和分步计数原理的理解，正确区分分类计数原理和分步计数原理.</p> <p>让学生讨论解题思路，学习用数学语言分析、解决问题，提升学生的数学运算、逻辑推理、数学抽象等素养.</p>
--	--	---

	分步. 分步时, 要根据这件事的特点确定一个分步的标准, 还要注意满足必须连续完成这 n 个步骤后这件事才算完成.	
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>1. 分步计数原理主要研究的是什么?</p> <p>分步计数原理主要研究的是“完成一件事, 共有多少种不同的方法”.</p> <p>2. 应用分步计数原理要注意什么?</p> <p>应用分步计数原理时, 一步不能完成这件事, 每个步骤完成后才能完成这件事(一步不到位), 缺少其中的任何一个步骤, 这件事都无法完成, 只有依次完成所有的步骤, 才能完成这件事.</p> <p>3. 两个计数原理的异同分别是什么?</p>	<p>回顾学习的过程, 总结本节课的收获.</p>