

7.2.1 排列(第 1 课时)

【学情分析】

学生在基础模块学习了概率的一些基本知识,在前一小节又学习了分类和分步两个基本计数原理,因此可以对学生的知识体系进行顺应性建构,在两个计数原理的基础上,学习排列的概念和简单排列数的计算. 学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学建模等素养,但由于初中阶段对学生抽象思维能力的要求一般,所以逻辑推理、数学建模是学生的薄弱环节. 教师在教学时应注意低起点、慢慢来、多示范、多练习,逐步提升学生的各方面能力.

【教学目标】

- (1) 通过活动和生活实例,了解排列的有关概念,会判断什么是排列问题,会用分步计数原理计算简单的排列数.
- (2) 通过对排列有关概念的学习,提升学生数学运算、逻辑推理、数学建模等素养.
- (3) 结合生活实例,让学生感受数学来源于生活,运用于生活. 通过解决问题,培养学生独立思考、交流合作的品质.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是排列的有关概念,教学难点是对排列概念的理解和用分步计数原理进行排列数的计算.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	通过提问,复习两个计数原理. (1) 什么是分类计数原理? (2) 什么是分步计数原理? (3) 两个计数原理的区别是什么?	复习两个计数原理,为本节课学习排列数的计算打下基础.
新课	【问题情境】 北京、上海、广州 3 个民航站之间的直达航线,需要准备多少种不同的机票?	通过问题创设情境,启发

	<p>分析 这个问题就是从北京、上海、广州 3 个民航站中，每次取出 2 个站，按照起点在前，终点在后的顺序排好，求一共有多少种不同的排法.</p> <p>首先确定起点站，在 3 个站中任选 1 个，有 3 种方法；其次确定终点站，当选定起点站后，终点站就只能从其余的 2 个站中去选，因此只有 2 种选法.</p> <p>根据分步计数原理，在 3 个民航站中，每次取 2 个，起点站在前，终点站在后的顺序的不同取法共有</p> $3 \times 2 = 6 \text{ (种)}.$	<p>学生思考，初步了解什么是排列问题.</p>																		
	<p>【学生活动】</p> <p>学生通过小组合作学习，列出所有可能的情况.</p> <p>需要准备如下 6 种飞机票：</p> <table border="1" data-bbox="518 952 997 1332"> <thead> <tr> <th>起点站</th><th>终点站</th><th>飞机票</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">北京</td><td>上海</td><td>北京→上海</td></tr> <tr> <td>广州</td><td>北京→广州</td></tr> <tr> <td rowspan="2">上海</td><td>北京</td><td>上海→北京</td></tr> <tr> <td>广州</td><td>上海→广州</td></tr> <tr> <td rowspan="2">广州</td><td>北京</td><td>广州→北京</td></tr> <tr> <td>上海</td><td>广州→上海</td></tr> </tbody> </table> <p>我们把被取的对象（如上面问题中的民航站中的任何一个）称为元素. 所以上面的问题就是从 3 个不同的元素中，任取 2 个，然后按照一定的顺序排成一行，求一共有多少种不同的排列.</p>	起点站	终点站	飞机票	北京	上海	北京→上海	广州	北京→广州	上海	北京	上海→北京	广州	上海→广州	广州	北京	广州→北京	上海	广州→上海	<p>通过实例分析，让学生对排列有一定的感性认知，对排列的实质有初步的认识.</p>
起点站	终点站	飞机票																		
北京	上海	北京→上海																		
	广州	北京→广州																		
上海	北京	上海→北京																		
	广州	上海→广州																		
广州	北京	广州→北京																		
	上海	广州→上海																		
	<p>【导入概念】</p> <p>一般地，从 n 个不同元素中，任取 m ($m \leq n$) 个元素，按照一定的顺序排成一行，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.</p> <p>特别地，如果 $m = n$（也就是每次取出所有元素的排列），这样的排列称为全排列. 全排列所有不同的排法所含有的元素完全一样，只是元素排列的顺序不完全相同.</p>	<p>引导学生在具体实例的基础上，抽象出排列的数学模型.</p>																		

	<p>【问题】</p> <p>(1) 排列概念中的关键词是什么？ (取出元素，按一定顺序排成一行)</p> <p>(2) 列举生活中的排列事例。</p>	<p>排列概念的本质是若干个对象(元素)按一定顺序排成一行。</p>
	<p>【例 1】 由数字 1, 2, 3 可以组成多少个没有重复数字的三位数?并写出所有的排列。</p> <p>分析 用 3 个数字组成没有重复数字的三位数,就是每次全部取出 3 个数字,按照百位、十位、个位排列起来的全排列问题。现在要求一共有多少种排法。</p> <p>解 第 1 步,确定百位上的数字。在 1, 2, 3 这三个数字中任取一个,有 3 种取法。</p> <p>第 2 步,确定十位上的数字。由于百位上的数字已确定,十位上的数字只能从余下的 2 个数字中取 1 个,有 2 种取法。</p> <p>第 3 步,确定个位上的数字。当百位、十位上的数字都确定之后,只余下一个数字,个位数只能是余下的这个数字,所以只有 1 种取法。</p> <p>根据分步计数原理,从 3 个不同数字中,每次全部取出排成没有重复数字的三位数的共有 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (个)。</p> <p>它们是: 123, 132, 213, 231, 312, 321。</p>	<p>将实际问题转化为排列问题,培养学生的数学建模素养和数学思维能力。</p> <p>通过实例理解全排列的概念。</p> <p>用分步计数原理计算具体问题的排列数,为推导一般的排列数公式打下基础。</p>
	<p>【问题情境】</p> <p>从 10 名集训的乒乓球运动员中,任选 3 名运动员,并排好出场的先后次序参加比赛,有多少种参赛方法?</p> <p>分析 解决这个问题的第 1 步是在 10 名运动员中任选 1 名运动员首先出场,10 名中取 1 名有 10 种选法。</p>	<p>通过实例,加深学生对排列概念的理解,排列与顺序有关。</p>

	<p>第 2 步是确定第 2 个出场的运动员，因为第 1 个出场运动员已确定，并且不能再次出场，所以第 2 个出场的运动员只能从余下的 9 名运动员中选出，有 9 种选法.</p> <p>第 3 步是从剩下的 8 名运动员中任选 1 名第 3 个出场，有 8 种选择方法.</p> <p>解 根据分步计数原理，有</p> $10 \times 9 \times 8 = 720$ <p>种参赛方法.</p> <p>从排列的定义可知，如果两个排列相同，那么不仅要求这两个排列的元素必须完全相同，而且排列的顺序也必须完全相同.</p> <p>在例 1 中，两个排列 123 和 321，它们的元素构成虽然相同，但由于排列顺序不同，所以它们是不同的排列.</p>	<p>进一步熟悉应用分步计数原理计算排列数的方法.</p> <p>需要特别强调的是，相同数字构成的排列，顺序不同就是不同的排列.</p>
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 什么是排列，什么是全排列.</p> <p>(2) 用分步计数原理解决排列问题的方法.</p>	<p>回顾学习的过程，总结本节课的收获.</p>