

7.2.1 排列（第 3 课时）

【学情分析】

学生在前面两课时了解了排列的基本概念，推导了排列数公式，学习了计算排列数。在此基础上，可以对学生的知识体系进行顺应性建构，应用排列数公式解决实际问题。学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学建模等素养，但数学抽象能力一般，因此教师在教学时，应多分析、多示范、多练习，逐步提升学生的各方面能力。

【教学目标】

- (1) 通过创设问题情境引入生活中的排列问题，引导学生紧密结合两个计数原理，逐步掌握无限制条件和有限制条件的排列问题的解题思路，用数学建模思想加以转化，运用排列知识解决实际问题。
- (2) 通过应用计数原理、排列数公式解决实际问题，提升学生的数学运算、数学抽象、数学建模等素养。
- (3) 用数学思想解决实际问题，让学生感受数学来源于生活，运用于生活，通过解决问题，培养学生独立思考交流合作的能力。

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是排列知识的应用，教学难点是无限制条件和有限制条件的排列问题的解题思路。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	通过提问，复习所学内容。 1. 什么是分类计数原理和分步计数原理？ 2. 什么是排列？排列的基本特点是什么？ 3. 排列数公式是什么？	复习前面学过的基本概念、公式等知识点，为学习本节课做好铺垫。
新课	例 3 某段铁路上有 12 个车站，共需准备多少种普通客票？ 分析 客票上有起点站和终点站，相当于从 12 个元素中	通过例题，让学生学会把生活中的排列问题转化

	<p>取出 2 个元素按顺序排在一起. 这是一个排列问题, 可以用排列数公式进行计算.</p> <p>解 因为每一张车票实际上是对应着 2 个车站的 1 个排列, 因此需要准备的车票种数, 就是从 12 个车站中任取 2 个的排列数, 所以共需准备</p> $A_{12}^2 = 12 \times 11 = 132$ <p>种普通客票.</p>	<p>成排列模型来求解, 提升学生的数学建模素养.</p> <p>例 3 是无限制条件的排列问题, 可以直接用排列数公式计算.</p>
	<p>例 4 用红、黄、蓝 3 面旗子按一定的顺序, 从上到下排列在竖直的旗杆上表示信号, 每次可以任挂 1 面、2 面或 3 面, 并且不同的顺序表示不同的信号, 一共可以表示多少种信号?</p> <p>分析 由于用任意 1 面、2 面或 3 面旗子都可以表示某种信号, 因此用先分类再分步的方法计算信号总数.</p> <p>解 用 1 面旗子表示的信号对应着从 3 个元素中每次取出 1 个元素的排列, 排列数是 A_3^1; 用 2 面旗子表示的信号对应着从 3 个元素中每次取出 2 个元素的排列, 排列数是 A_3^2; 用 3 面旗子表示的信号对应着从 3 个元素中每次取出 3 个元素的排列, 排列数是 A_3^3. 由于以上 3 种形式都可以表示某一种信号, 因而根据分类计数原理, 所求信号的种数是</p> $A_3^1 + A_3^2 + A_3^3 = 3 + 3 \times 2 + 3 \times 2 \times 1 = 15.$	<p>例 4 是有限制条件的排列问题, 需要先分类, 再排列, 有助于提升学生的数学运算素养和逻辑推理素养.</p>
	<p>例 5 用 0~9 这 10 个数字, 可以组成多少个没有重复数字的三位数?</p> <p>分析 1 这是一个有限制条件的排列问题. 所排的三位数百位上不能排 0 这个数字, 按照特殊位置优先原则, 先排百位上的数字, 百位上的数字不能为 0, 有 A_9^1 种取法;</p>	<p>例 5 是一个有限制条件的排列问题, 可使用直接法解决.</p>

	<p>再排十位上的数字，有 A_9^1 种取法，最后排个位上的数字，有 A_8^1 种取法.</p> <p>解法 1 根据分步计数原理，所求的三位数的个数是</p> $A_9^1 \cdot A_9^1 \cdot A_8^1 = 9 \times 9 \times 8 = 648.$ <p>分析 2 因为百位上的数字不能为 0，所以分两步考虑问题，第 1 步先排百位上的数字，有 A_9^1 种取法；待百位上的数字确定后，再排十位和个位上的数字，即从余下的 9 个数字中任取 2 个的排列，有 A_9^2 种取法.</p> <p>解法 2 根据分步计数原理，所求三位数的个数是</p> $A_9^1 \cdot A_9^2 = 9 \times (9 \times 8) = 648.$	<p>该问题的两种解法都采用的是直接法.</p> <p>引导学生学会如何处理有限制条件的排列问题，提升学生的逻辑推理、数学建模等素养.</p>
	<p>【课堂练习】</p> <p>1. 8 名同学排成一排照相，有多少种排法？</p> <p>2. 9 名表演者站成一排表演，规定领唱者必须站在中间，朗诵者必须站在最右侧，共有多少种排法？</p> <p>3. 用 1~5 这 5 个数字，可以组成多少个没有重复数字的四位数？其中有多少个四位数是 5 的倍数？</p>	<p>通过课堂练习，让学生熟悉和掌握有（无）限制条件排列问题的解题方法和思路，提升学生的数学素养和逻辑推理素养.</p>
<p>小结</p>	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 把生活中的排列问题抽象成排列模型来求解.</p> <p>(2) 判断无限制条件和有限制条件的排列问题，选择适当的方法进行解决，如直接法或间接法.</p>	<p>回顾学习的过程，总结本节课的收获.</p>