

7.2.2 组合（第1课时）

【学情分析】

从知识水平来看，在学习本节课前，学生已学习了两个基本计数原理和排列的有关知识。绝大多数学生能正确应用两个计数原理，能正确理解排列、排列数的概念，能比较熟练地应用排列数公式进行计算。在此基础上，可以对学生的知识体系进行顺应性建构，类比学习组合的概念。从学科核心素养角度来看，学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学建模等素养。教学时，教师可以通过实际问题情境，引导学生进行探究、讨论、合作交流等，提升学生的数学运算、逻辑推理、数学抽象、数学建模等素养。

【教学目标】

- （1）通过实例抽象得到组合的概念，通过定义判断组合问题，知道排列与组合的区别与联系。
- （2）培养和提升学生的数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析等素养。
- （3）结合生活实例，让学生感受数学来源于生活，运用于生活。通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的能力。

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是组合的概念，教学难点是区分组合与排列的概念。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	通过提问，复习排列和全排列的定义。 一般地，从 n 个不同元素中，任取 m ($m \leq n$) 个元素，按照一定的顺序排成一行，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列。 特别地，如果 $m = n$ （也就是每次取出所有元素的排列），这样的排列称为全排列。	通过提问，复习排列相关知识，为学习组合的概念做铺垫。
新课	【问题1】 (1) 从甲、乙、丙3名同学中选2名去参加一项活动，其	

	<p>中一名同学参加上午的活动，另一名同学参加下午的活动，有多少种不同的选法？</p> <p>(2) 从标有字母 A, B, C, D 的 4 个小球中，取出 2 个排成一列，有多少种不同的选法？</p> <p>【师生活动】</p> <p>待学生完成后，教师提问：</p> <p>这两个问题是什么问题？</p> <p>你能把所有情况列出来吗？</p> <p>学生：(1) 甲乙，甲丙，乙丙，乙甲，丙甲，丙乙；</p> <p>(2) $AB, AC, AD, BC, BD, CD, BA, CA, DA, CB, DB, DC$.</p>	
	<p>【问题 2】</p> <p>在北京、上海、广州 3 个民航站的直达航线之间，有多少种不同的飞机票价？（假定两地间的往返票价和舱位票价是相同的。）</p> <p>【师生活动】</p> <p>先让学生思考，然后教师提问：</p> <p>这个问题与 7.2.1 节计算飞机票种数的问题一样吗？</p> <p>学生：不一样.</p> <p>教师：飞机票的种数与起点站、终点站有关，如北京到上海的机票和上海到北京的机票不同，也就是与顺序有关，而飞机票的价格只与两地的距离有关，与起点、终点顺序无关，从北京到上海与从上海到北京的票价是一样的.</p> <p>飞机票的价格有如下三种：</p> <p>北京→上海 （上海→北京）；</p> <p>北京→广州 （广州→北京）；</p> <p>上海→广州 （广州→上海）.</p> <p>在 7.2.1 节中计算飞机票数的种数问题，是从 3 个不同的元素中任取 2 个，然后按照一定的顺序排列，求一共有多少种不</p>	<p>通过创设情境，类比排列概念的形成，引导学生从特殊到一般得出组合的概念.</p>

	<p>同的排列方法，是排列问题；而本节这个问题，是从 3 个不同的元素中任取 2 个，不管是怎样的顺序总认为是一组，求一共有多少个不同的组，这就是本节要研究的组合问题.</p> <p>一般地，从n个不同元素中，抽取m ($m \leq n$) 个元素并成一组，称为从n个不同元素中取出m个元素的一个组合.</p>	
	<p>【问题 3】</p> <p>(1) 从甲、乙、丙 3 名同学中选 2 名同学去参加一项活动，有多少种不同的选法？</p> <p>(2) 从标有字母 A, B, C, D 的 4 个小球中，取出 2 个放在一个盒子里，有多少种不同的选法？</p> <p>【师生活动】</p> <p>先让学生思考，然后教师提问：</p> <p>问题 3 与问题 1 有什么相同点？有什么不同点？</p> <p>学生：相同点是都是从 3 名同学中抽 2 名同学，从 4 个不同的小球中抽 2 个球；不同点是问题 1 中的选法与抽出同学或者小球的顺序有关，而问题 3 中的选法与抽出同学或者小球的顺序无关.</p> <p>教师：你能列出所有情况吗？</p> <p>学生：(1) 甲乙，甲丙，乙丙；</p> <p>(2) AB, AC, AD, BC, BD, CD.</p>	<p>通过分析、比较组合与排列的实例，弄清组合与排列之间的联系与区别，明确组合的概念.</p>
	<p>【问题 4】</p> <p>你能说一说排列与组合之间的联系与区别吗？</p> <p>【师生活动】</p> <p>先让学生思考，然后教师提问.</p> <p>教师：从排列和组合的定义来看，它们有什么联系与区别？</p> <p>学生：两者都是从 n 个不同元素中抽取 m ($m \leq n$) 个元素，这是它们的共同点. 但排列与元素的顺序有关，而组合与元素的顺序无关.</p> <p>教师：什么情况下，两个排列是相同的？组合呢？</p>	<p>通过分析、比较组合与排列的实例，弄清组合与排列的联系与区别，进一步明确组合的概念.</p>

	<p>学生：只有元素相同，元素的顺序也相同的两个排列才是相同的；两个组合只要元素相同，不论顺序如何，都是相同的.</p> <p>教师：我们前面已经把问题 1 和问题 3 的所有情况都列出来了，能否用图标来建立它们之间的联系？</p> <p>师生一起：我们可以以元素相同为标准分类，建立起组合与排列之间的对应关系.</p> <div><div><div>组合</div><div>甲乙</div><div>甲丙</div><div>乙丙</div></div><div><div>排列</div><div>甲乙, 乙甲</div><div>甲丙, 丙甲</div><div>乙丙, 丙乙</div></div></div> <table><tr><td>组合</td><td>AB</td><td>AC</td><td>AD</td><td>BC</td><td>BD</td><td>CD</td></tr><tr><td></td><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td><td>↓</td></tr><tr><td>排列</td><td>AB, BA</td><td>AC, CA</td><td>AD, DA</td><td>BC, CB</td><td>BD, DB</td><td>CD, DC</td></tr></table> <p>教师：由上图你能描述一下问题 1 和问题 3 所有选法的关系吗？</p> <p>学生：问题 1（1）的 6 个排列可以分成每组有 2 个不同排列的 3 个组合，（2）的 12 个排列可以分成每组有 2 个不同排列的 6 个组合.</p> <p>教师：既然有这样的对应关系，我们应该可以由排列数求出组合的个数，这个问题留给你们课后思考.</p>	组合	AB	AC	AD	BC	BD	CD		↓	↓	↓	↓	↓	↓	排列	AB, BA	AC, CA	AD, DA	BC, CB	BD, DB	CD, DC	
组合	AB	AC	AD	BC	BD	CD																	
	↓	↓	↓	↓	↓	↓																	
排列	AB, BA	AC, CA	AD, DA	BC, CB	BD, DB	CD, DC																	
	<p>练习 1 校门口停放着 3 辆不同的共享自行车，下面的问题是排列问题还是组合问题？</p> <p>（1）从中选 2 辆，有多少种不同的方法？</p> <p>（2）从中选 2 辆给 2 名同学，有多少种不同的方法？</p> <p>练习 2 平面内有 A, B, C, D 共 4 个点.</p> <p>（1）以其中 2 个点为端点的有向线段共有多少条？</p> <p>（2）以其中 2 个点为端点的线段共有多少条？</p>	<p>通过分析和解决具体的排列与组合问题，帮助学生理解组合的概念.</p>																					

	<p>【师生活动】</p> <p>教师引导学生根据排列、组合的定义，抓住是否有顺序这个关键点解决问题.</p>	
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>1. 组合的定义.</p> <p>一般地，从n个不同元素中，任取m ($m \leq n$) 个元素并成一组，称为从n个不同元素中取出m个元素的一个组合.</p> <p>2. 排列、组合的区别与联系.</p> <p>共同点：都要从 n 个不同元素中任取 m 个元素.</p> <p>不同点：对于所取出的元素，排列要按照一定的顺序排成一列，而组合与顺序无关.</p> <p>3. 如何判断一个计数问题是排列问题还是组合问题？</p>	<p>回顾学习的过程，结合实例进行归纳总结，帮助学生明确组合的概念.</p>