

7.3.2 二项分布（第 1 课时）

【学情分析】

学生已经掌握了有关概率的基础知识，学习了等可能事件概率、互斥事件概率和相互独立事件概率的求法，也学习了分布列的有关内容．二项分布是一种应用广泛的概率模型，是对前面所学知识的综合应用．本节课从实际出发，通过抽象思维，帮助学生建立数学模型，进而理解数学理论．学生虽然具备一定的直观想象、数学抽象、数学建模等素养，但是数学学习基础参差不齐，因此教师在建立数学模型时，应多分析、多示范、多练习，逐步提升学生的数学建模能力．

【教学目标】

- （1）通过活动和生活实例，引导学生理解独立重复试验的概念．
- （2）掌握 n 次独立重复试验恰好发生 k 次的概率公式．通过对公式的应用，培养学生的数学运算能力和数学思维能力．
- （3）结合生活实例，建立数学模型，让学生感受数学来源于生活，运用于生活．通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的品质．

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是独立重复试验的概念，教学难点是 n 次独立重复试验恰好发生 k 次的概率公式．

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	组合数公式： $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ ．	回忆组合数公式，为后续的概率计算做准备．
新课	【概念 1】 独立试验 生活中我们知道，重复抛掷一颗质地均匀的骰子时，每次抛掷所得的点数都不依赖前面抛掷的结果．像这样，在相同的条	从分析讲解

删除[王旭刚]:

	<p>件下，重复做试验，如果每一次试验结果出现的概率都不依赖其他各次试验的结果，那么就把这种试验称为独立试验.</p> <p>【强调 1】 每一次试验结果出现的概率都不依赖其他各次试验的结果.</p> <p>【概念 2】 n 次独立重复试验</p> <p>如果在 n 次独立试验的每一次试验中，我们只考察事件 A 发生或不发生这两个结果，并且在每次试验中事件 A 发生的概率不变，那么这样的 n 次独立试验，就称为 n 次独立重复试验.</p> <p>【强调 2】</p> <p>(1) 只考察事件 A 发生或不发生这两个结果.</p> <p>(2) 每次试验中事件 A 发生的概率不变.</p>	概念 1 到分析讲解概念 2，学生能有层次地理解并掌握相关概念.
	<p>【数学模型】</p> <p>(1) 从一批含有不合格品的产品中，每次抽取一件进行检验，有放回地抽取 n 次，如果每次抽取只考察两个结果：产品合格或不合格，那么这样的试验就是 n 次独立重复试验.</p> <p>(2) 一个射手进行 n 次射击，如果每次射击的条件都相同，而且每次射击都只考察中靶或不中靶两个结果，那么这也是一个 n 次独立重复试验.</p>	结合生活实例，帮助学生理解 n 次独立重复试验的概念，并初步建立 n 次独立重复试验的数学模型，提升学生的抽象思维能力.
	<p>【公式】 事件 A 恰好发生 k 次的概率</p> <p>一般地，如果在一次试验中事件 A 发生的概率是 p，那么在 n 次独立重复试验中，事件 A 恰好发生 k 次的概率为</p> $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad (k=0, 1, 2, \cdots, n). \quad \textcircled{1}$	引入公式，学生记忆公式并掌握事件 A 恰好发生 k 次的概率的数学模型公式.
	<p>【例题讲解】</p> <p>例 1 在人寿保险业中，很重视某一年龄段的投保人的死亡</p>	

	<p>率，假如每个投保人能活到 65 岁的概率为 0.6，试问 3 个投保人中：</p> <p>（1）全部活到 65 岁的概率；</p> <p>（2）有 2 个活到 65 岁的概率；</p> <p>（3）有 1 个活到 65 岁的概率；</p> <p>（4）都活不到 65 岁的概率.</p> <p>解：设事件 A 表示投保人活到 65 岁，则 3 个投保人活到 65 岁的人数相当于做 3 次独立重复试验中事件 A 发生的次数，由公式①有</p> <p>（1）3 个投保人全部活到 65 岁的概率为</p> $P_3(3) = C_3^3 \cdot 0.6^3 \cdot (1 - 0.6)^{3-3} = 0.216 ;$ <p>（2）有 2 个活到 65 岁的概率为</p> $P_3(2) = C_3^2 \cdot 0.6^2 \cdot (1 - 0.6)^{3-2} = 0.432 ;$ <p>（3）有 1 个活到 65 岁的概率为</p> $P_3(1) = C_3^1 \cdot 0.6^1 \cdot (1 - 0.6)^{3-1} = 0.288 ; ;$ <p>（4）都活不到 65 岁的概率为</p> $P_3(0) = C_3^0 \cdot 0.6^0 \cdot (1 - 0.6)^{3-0} = 0.064 .$	<p>借助生活中的实例，引导学生应用事件 A 恰好发生 k 次的概率公式计算 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率，从而提升学生的直观想象、数学抽象、数学建模的素养.</p>
	<p>【练习】</p> <p>1. 某班有 50 个学生，假设每个学生早上到校时间相互没有影响，并且迟到的概率是 0.05，试求这个班某天正好有 4 个学生迟到的概率.</p> <p>解：设事件 A 表示学生迟到，则 4 个学生迟到相当于做 50 次独立重复试验中事件 A 发生的次数，由公式①有这个班某天正好有 4 个学生迟到的概率为</p> $P_{50}(4) = C_{50}^4 \cdot 0.05^4 \cdot (1 - 0.05)^{50-4} \approx 0.136.$ <p>2. 某学生在最近的 15 次数学测验中有 5 次不及格，按照这个及格率，他在接下来的 10 次测验中：（1）全及格；（2）全不及格；（3）恰好 5 次及格的概率各是多少？</p>	<p>检查学生应用公式①解决“n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率”问题的情况，查漏补缺. 培养学生的数学运算能力，促使学生学会用数</p>

	<p>解：设事件 A 表示某学生数学测验及格. 依题意，该学生数学测验的及格概率为 $P(A) = \frac{15-5}{15} = \frac{2}{3}$，则他在接下来的 10 次数学测验中及格次数相当于做 10 次独立重复试验中事件 A 发生的次数，由公式①有</p> <p>(1) 全及格的概率为</p> $P_{10}(10) = C_{10}^{10} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)^{10-10} = \frac{1024}{59049};$ <p>(2) 全不及格的概率为</p> $P_{10}(0) = C_{10}^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)^{10-0} = \frac{1}{59049};$ <p>(3) 恰好 5 次及格的概率为</p> $P_{10}(5) = C_{10}^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)^{10-5} = \frac{896}{6561}.$	学知识解决实际生活中相应的数学问题.
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>1. n 次独立重复试验的概念.</p> <p>2. n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率.</p>	回顾学习的过程，总结本节课的收获.