7.3.2　二项分布（第 2 课时）

【学情分析】

学生已经掌握了 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率的计算方法. 这节课在此知识基础上，通过抽象思维，建立数学模型，进而引出离散型随机变量 X 服从参数为 n，p 的二项分布．二项分布是一种应用广泛的概率模型，是对前面所学知识的综合应用．学生虽然具备一定的直观想象、数学抽象、数学建模等素养，但是数学学习基础不均衡，因此教师在建立数学模型时，应多分析、多示范、多练习，逐步提升学生的数学建模能力.

【教学目标】

（1）理解二项分布的概念，学会计算服从二项分布的随机变量的概率.

（2）通过所学知识解决生活中的实际问题，提高学生的数学运算能力和数学思维能力.

（3）结合生活实例，建立数学模型，让学生感受数学来源于生活，运用于生活. 通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的能力.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是二项分布的概念及应用，教学难点是服从二项分布的随机变量的概率的计算.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	**事件 A 恰好发生 k 次的概率公式** 一般地，如果在一次试验中事件 A 发生的概率是 p，那么在 n 次独立重复试验中，事件 A 恰好发生 k 次的概率为 $P_n(k)=\mathrm{C}_n^k\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$（$k$=0，1，2，…，$n$）.　①	回顾事件 A 恰好发生 k 次的概率公式，为顺利过渡到新知识做准备.
新课	**【新知识】** 在公式①中，若将事件 $\boldsymbol{A}$ 发生的次数设为 X，事件 $\boldsymbol{A}$ 不发生的概率为 $q=1-p$，那么在 n 次独立重复试验中，事件 $\boldsymbol{A}$ 恰好	聚焦公式①，引导学生观察表格第二

发生 k 次的概率是 $P(X=k)=\mathrm{C}_n^k p^k q^{n-k}$，

其中 k=0，1，2，…，n. 于是得到 X 的分布列

X	0	1	…	k	…	n
P	$\mathrm{C}_n^0 p^0 q^n$	$\mathrm{C}_n^1 p^1 q^{n-1}$	…	$\mathrm{C}_n^k p^k q^{n-k}$	…	$\mathrm{C}_n^n p^n q^0$

由于表中的第二行恰好是二项展开式

$$(q+p)^n=\mathrm{C}_n^0 p^0 q^n+\mathrm{C}_n^1 p^1 q^{n-1}+\cdots+\mathrm{C}_n^k p^k q^{n-k}+\cdots+\mathrm{C}_n^n p^n q^0$$

各对应项的值，所以称这样的离散型随机变量 X 服从参数为 n，p 的二项分布，记作 $X\sim B(n，p)$.

行与二项展开式各对应项的值，进而认识离散型随机变量 X 服从参数为 n，p 的二项分布.

【例题讲解】

例 2 100 件产品中有 3 件不合格品，每次取一件，有放回地抽取 3 次，求取得不合格品件数 X 的分布列.

解：X 可能取的值为 0，1，2，3．由于是有放回地每次取一件，连续取 3 次，所以这相当于做 3 次独立重复试验，且一次抽取到不合格品的概率为 0.03．因此

$$P(X=0)=\mathrm{C}_3^0\cdot 0.03^0\cdot(1-0.03)^{3-0}=0.912\,673,$$

$$P(X=1)=\mathrm{C}_3^1\cdot 0.03^1\cdot(1-0.03)^{3-1}=0.084\,681,$$

$$P(X=2)=\mathrm{C}_3^2\cdot 0.03^2\cdot(1-0.03)^{3-2}=0.002\,619,$$

$$P(X=3)=\mathrm{C}_3^3\cdot 0.03^3\cdot(1-0.03)^{3-3}=0.000\,027.$$

分布列为

X	0	1	2	3
P	0.912 673	0.084 681	0.002 619	0.000 027

例 3 将一枚均匀硬币随机掷 100 次，求正好出现 50 次正面的概率（精确到 0.01）.

解：掷一次硬币可以看作一次试验，每次有两个可能的结果：出现正面或不出现正面. 由于硬币是均匀的，所以出现正面的概率为 0.5，因此掷 100 次硬币可以看作 100 次独立重复试验.

借助生活中的实例，引导学生学会解决服从二项分布的随机变量的概率问题，并形成数学模型，从而培养学生数学运算、数学抽象、数学建模的素养.

	如果用 X 表示出现正面的次数，则 X 服从 $n=100$，$p=0.5$ 的二项分布，那么所求概率为	
	$P(X=50)=\mathrm{C}_{100}^{50}p^{50}(1-p)^{100-50}=\mathrm{C}_{100}^{50}\times0.5^{50}\times0.5^{50}\approx0.08$. **【练习】** 1．一次测量中出现正误差和负误差的概率都是 0.5，在 3 次测量中，恰好出现 2 次正误差的概率是多少？恰好出现 2 次负误差的概率是多少？ **解**：每次测量出现误差可以看作一次试验，每次有两个可能的结果：出现正误差或出现负误差，测量出现正误差和负误差的概率均为 0.5，因此 3 次测量可看作是 3 次独立重复试验，如果用 X 表示出现正误差或出现负误差的次数，则 X 服从 $n=3$，$p=0.5$ 的二项分布，那么恰好出现 2 次正误差和恰好出现 2 次负误差的概率都为 $$P(X=2)=\mathrm{C}_3^2\cdot0.5^2\cdot(1-0.5)^{3-2}=0.375.$$ 2．某射手射击 5 次，每次命中的概率为 0.6，求下列事件的概率： （1）5 次中有 3 次中靶； （2）5 次中至少有 3 次中靶． **解**：射手每次射击可以看作一次试验，每次有两个可能的结果：出现中靶或不中靶，出现中靶的概率为 0.6，因此 5 次射击可看作是 5 次独立重复试验，如果用 X 表示出现中靶的次数，则 X 服从 $n=5$，$p=0.6$ 的二项分布，那么 （1）5 次中有 3 次中靶的概率为 $$P(X=3)=\mathrm{C}_5^3\times0.6^3\times(1-0.6)^{5-3}=0.3456.$$ （2）5 次中至少有 3 次中靶的概率为	检查学生对服从二项分布的随机变量的概率的计算问题的应用情况，做到查漏补缺；培养学生数学运算能力，学会用数学知识解决实际生活中相应的数学问题．

	$P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)$ $=0.3456+\mathrm{C}_5^4\times0.6^4\times(1-0.6)^{5-4}+\mathrm{C}_5^5\times0.6^5\times(1-0.6)^{5-5}$ $=0.3456+0.2592+0.07776$ $=0.68256.$	
小结	引导学生小结. 1．事件 A 恰好发生 k 次的概率公式. 2．离散型随机变量 X 服从参数为 n，p 的二项分布.	回顾学习的过程，总结本节课的收获.