

7.3.3 正态分布（第 2 课时）

【学情分析】

学生在基础模块学习了概率初步的知识，在前面又学习了离散型随机变量及其分布、二项分布和正态分布的相关概念，因此具备一定的概率统计的知识储备。从学科核心素养来看，学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数据分析、数学建模等素养。由于学生在初中阶段学习的概率统计相关知识较基础，所以教师在教学时，要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生各方面的能力。

【教学目标】

- （1）理解正态分布的特点及正态曲线相关结论，初步了解用正态分布和正态曲线解决实际问题的方法。
- （2）通过对正态分布的特点和正态曲线的研究，培养学生数形结合的数学思想，提升学生数学运算、逻辑推理、数据分析、数学建模等素养。
- （3）结合生活实例，让学生感受数学来源于生活，运用于生活。通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的品质。

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是对正态分布的特点及正态曲线相关结论的理解，教学难点是应用正态分布和正态曲线实际问题。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	<p>通过提问，复习正态分布、正态随机变量和正态曲线基本事实。</p> <p>（1）在生产、科研和日常生活中，经常会遇到这样一类随机现象，它们是由一些互相独立的偶然因素所引起的，而每一个这种偶然因素在总体的变化中都只是起着均匀、微小的作用。这类随机现象的随机变量的概率分布一般近似服从正态分布。</p>	<p>回忆正态分布等知识，加深学生对正态曲线形状的记忆，为后面探索研究正态分布的特点及正</p>

	<p>(2) 服从正态分布的随机变量称为正态随机变量，简称正态变量.</p> <p>(3) 正态变量的概率密度曲线称为正态曲线.</p>	<p>态曲线做铺垫.</p>
	<p>探索研究：设正态变量的平均值为μ，标准差为σ，则将其记作 $N(\mu, \sigma^2)$. 下图中画出了三条正态曲线，它们的参数 μ 都等于 0，而参数 σ 分别等于 0.5，1，2，你能从中发现正态曲线的特点吗？</p> <p>注：N 是英文词组 normal random variable（正态随机变量）第一个字母的大写.</p> <div data-bbox="419 757 1118 1205" data-label="Figure"> </div> <p>从图中可以看出，正态曲线有以下特点：</p> <ul style="list-style-type: none"> (1) 曲线在 x 轴的上方，并且关于直线 $x=\mu$ 对称. (2) 曲线在 $x=\mu$ 时处于最高点，并由此处向左右两边延伸时，曲线逐渐降低，呈现“中间高，两边低”的形状. (3) 曲线的形状由正参数 σ 确定，σ 越大，曲线越“矮胖”；σ 越小，曲线越“高瘦”. 	<p>通过具体事例探究正态曲线的特点，由此引导学生得出正态曲线的相关结论，进而培养学生数形结合的数学思想，提高学生解决问题的能力，同时进一步加深学生对正态分布的特点及正态曲线相关结论的理解，突破本节课的重点.</p>
<p>新课</p>	<p>从理论上可以证明，正态变量 $N(\mu, \sigma^2)$ 在区间 $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$，$(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$，$(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 内，取值的概率分别是 68.3%，95.4%，99.7%，如图所示.</p> <div data-bbox="391 1787 1106 1933" data-label="Figure"> </div> <p>例如，当 $\mu=0, \sigma=1$ 时，正态变量（这时称它为标准正</p>	<p>通过上面的探究，得到“3σ原则”，进一步培养学生数形结合的数学思想，提高学生解决问</p>

	<p>态变量)在区间 $(-1, 1)$, $(-2, 2)$, $(-3, 3)$ 内取值的概率分别是 68.3%, 95.4%, 99.7%.</p> <p>由于正态变量在 $(-\infty, +\infty)$ 内取值的概率是 1, 上面所述表明, 它在区间 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$ 之外取值的概率是 0.3%, 这一结论通常称为正态分布的“3σ原则”.</p> <p>例 假设某厂包装食盐的生产线, 正常情况下生产出来的食盐质量服从正态分布 $N(500, 5^2)$ (单位: g), 该生产线上的检测员某天随机抽取了两包食盐, 称得其质量均大于 515 g.</p> <p>(1) 求正常情况下, 任意抽取一包食盐, 质量大于 515 g 的概率为多少;</p> <p>(2) 检测员根据抽检结果, 判断出该生产线出现异常, 要求立即停产检修, 检测员的判断是否合理? 请说明理由.</p> <p>解: 设正常情况下, 该生产线上包装出来的食盐质量为 X g, 由题意可知 $X \sim N(500, 5^2)$.</p> <p>(1) 由于 $515 = 500 + 3 \times 5$, 所以根据正态分布的对称性与“3σ原则”可知</p> $P(X > 515) = \frac{1}{2} P(X - 500 > 3 \times 5) \approx \frac{1}{2} \times 0.3\% = 0.15\%.$ <p>(2) 检测员的判断是合理的. 因为如果生产线不出现异常, 由 (1) 可知, 随机抽取两包检查, 质量都大于 515 g 的概率约为 $0.15\% \times 0.15\% = 2.25 \times 10^{-6}$, 几乎为零, 但这样的事件竟然发生了, 所以有理由认为生产线出现了异常, 检测员的判断是合理的.</p> <p>实际生活中, 人们常常根据类似上述例题的求解过程来应用正态分布的知识.</p>	<p>题的能力, 并再次加深学生对正态分布的特点及正态曲线相关结论的理解.</p> <p>通过具体的实例, 加深学生对正态分布的特点及正态曲线相关结论的理解, 提高学生解决实际问题的能力, 突破本节课的重难点, 进而提升学生数学运算、逻辑推理、数据分析、数学建模等素养.</p>
	<p>练习: 在医疗卫生工作中, 经常用到人的各种生理生化指标(如身高、红细胞数、血糖浓度等)的正常值. 所谓正常值是指正常人的各种生理生化指标的观察值. 由于生物的变异和环境条件不同, 这些值是有波动的. 如果已知正常人的某项生化指标服从正态分布, 可根据大量的调查资料求出 μ 和 σ, 然后把</p>	<p>巩固新知, 查漏补缺.</p>

	在 $(\mu-2\sigma, \mu+2\sigma)$ (或 $(\mu-3\sigma, \mu+3\sigma)$) 区间的观察值作为 95.4% (或 99.7%) 的正常值范围. 已知某地 12 岁男孩身高 (单位: cm) 服从正态分布, 已求出 $\mu=143.1$, $\sigma=5.668$. 求该地 12 岁男孩身高的 95.4% 和 99.7% 正常值范围.	
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 正态曲线的形状及特点.</p> <p>(2) “3σ原则”.</p>	回顾学习的过程, 总结本节课的收获.