

7.3.3 正态分布（第3课时）

【学情分析】

学生在基础模块学习了概率初步的知识，在前面又学习了离散型随机变量及其分布、二项分布和正态分布的相关知识，因此具备一定的概率统计的知识储备。从学科核心素养来看，学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数据分析、数学建模等素养。由于学生在初中阶段学习的概率统计相关知识比较基础，所以教师在教学时，要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生各方面的能力。

【教学目标】

- (1) 了解利用标准正态分布表计算服从正态分布的随机变量的概率，初步了解用正态分布和正态曲线解决实际问题的方法。
- (2) 通过对标准正态分布的研究，培养学生数形结合的数学思想，提升学生数学运算、逻辑推理、数据分析、数学建模等素养。
- (3) 结合生活实例，让学生感受数学来源于生活，运用于生活。通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的品质。

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是标准正态分布的概念以及相关结论，教学难点是应用正态分布和正态曲线解决实际问题。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	<p>通过提问，复习正态曲线的特点和“3σ原则”相关结论。</p> <p>(1) 曲线在 x 轴的上方，并且关于直线 $x=\mu$ 对称。</p> <p>(2) 曲线在 $x=\mu$ 时处于最高点，并由此处向左右两边延伸时，曲线逐渐降低，呈现“中间高，两边低”的形状。</p> <p>(3) 曲线的形状由正参数 σ 确定，σ 越大，曲线越“矮胖”；σ 越小，曲线越“高瘦”。</p> <p>(4) 正态变量 $N(\mu, \sigma^2)$ 在区间 $(\mu-\sigma, \mu+\sigma)$，$(\mu-$</p>	回忆正态曲线特点和“ 3σ 原则”，为后面研究标准正态分布做铺垫。

	<p>2σ, $\mu+2\sigma$), ($\mu-3\sigma, \mu+3\sigma$) 内, 取值的概率分别是 68.3%, 95.4%, 99.7%.</p>																																																																																									
新课	<p>$\mu=0$ 且 $\sigma=1$ 的正态分布称为标准正态分布.</p> <p>如果 $X \sim N(0, 1)$, 那么对于任意 a, 通常记</p> $\Phi(a) = P(X < a),$ <p>也就是说 $\Phi(a)$ 表示 $N(0, 1)$ 对应的正态曲线与 x 轴在区间 $(-\infty, a)$ 内所围的面积, 如图所示.</p> <p>根据正态曲线的对称性, 可以知道 $\Phi(a)$ 具有性质</p> $\Phi(-a) + \Phi(a) = 1.$ <p>为了方便起见, 人们将 $a \geq 0$ 时部分 $\Phi(a)$ 的值制成了专门的表格, 可供查询, 下表是部分数据.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="11">$\Phi(a) = P(X < a)$</th> </tr> <tr> <th>a</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.0</td> <td>0.500 0</td> <td>0.504 0</td> <td>0.508 0</td> <td>0.512 0</td> <td>0.516 0</td> <td>0.519 9</td> <td>0.523 9</td> <td>0.527 9</td> <td>0.531 9</td> <td>0.535 9</td> </tr> <tr> <td>0.1</td> <td>0.539 8</td> <td>0.543 8</td> <td>0.547 8</td> <td>0.551 7</td> <td>0.555 7</td> <td>0.559 6</td> <td>0.563 6</td> <td>0.567 5</td> <td>0.571 4</td> <td>0.575 3</td> </tr> <tr> <td>0.2</td> <td>0.579 3</td> <td>0.583 2</td> <td>0.587 1</td> <td>0.591 0</td> <td>0.594 8</td> <td>0.598 7</td> <td>0.602 6</td> <td>0.606 4</td> <td>0.610 3</td> <td>0.614 1</td> </tr> <tr> <td>0.3</td> <td>0.617 9</td> <td>0.621 7</td> <td>0.625 5</td> <td>0.629 3</td> <td>0.633 1</td> <td>0.636 8</td> <td>0.640 6</td> <td>0.644 3</td> <td>0.648 0</td> <td>0.651 7</td> </tr> <tr> <td>0.4</td> <td>0.655 4</td> <td>0.659 1</td> <td>0.662 8</td> <td>0.666 4</td> <td>0.670 0</td> <td>0.673 6</td> <td>0.677 2</td> <td>0.680 8</td> <td>0.684 4</td> <td>0.687 9</td> </tr> <tr> <td>0.5</td> <td>0.691 5</td> <td>0.695 0</td> <td>0.698 5</td> <td>0.701 9</td> <td>0.705 4</td> <td>0.708 8</td> <td>0.712 3</td> <td>0.715 7</td> <td>0.719 0</td> <td>0.722 4</td> </tr> </tbody> </table> <p>例如, 从上表中可以查出, $\Phi(0.16) = 0.563 6$, $\Phi(0.58) = 0.719 0$.</p>	$\Phi(a) = P(X < a)$											a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0.0	0.500 0	0.504 0	0.508 0	0.512 0	0.516 0	0.519 9	0.523 9	0.527 9	0.531 9	0.535 9	0.1	0.539 8	0.543 8	0.547 8	0.551 7	0.555 7	0.559 6	0.563 6	0.567 5	0.571 4	0.575 3	0.2	0.579 3	0.583 2	0.587 1	0.591 0	0.594 8	0.598 7	0.602 6	0.606 4	0.610 3	0.614 1	0.3	0.617 9	0.621 7	0.625 5	0.629 3	0.633 1	0.636 8	0.640 6	0.644 3	0.648 0	0.651 7	0.4	0.655 4	0.659 1	0.662 8	0.666 4	0.670 0	0.673 6	0.677 2	0.680 8	0.684 4	0.687 9	0.5	0.691 5	0.695 0	0.698 5	0.701 9	0.705 4	0.708 8	0.712 3	0.715 7	0.719 0	0.722 4	<p>通过前面的探究学习, 得到标准正态分布的概念以及相关结论, 培养学生数形结合的数学思想, 提高学生解决问题的能力, 同时带领学生解读标准正态分布表格, 并学会计算服从正态分布的随机变量的概率. 引导学生用正态分布和正态曲线解决实际问题, 突破本节课的重难点.</p>
$\Phi(a) = P(X < a)$																																																																																										
a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																																																																																
0.0	0.500 0	0.504 0	0.508 0	0.512 0	0.516 0	0.519 9	0.523 9	0.527 9	0.531 9	0.535 9																																																																																
0.1	0.539 8	0.543 8	0.547 8	0.551 7	0.555 7	0.559 6	0.563 6	0.567 5	0.571 4	0.575 3																																																																																
0.2	0.579 3	0.583 2	0.587 1	0.591 0	0.594 8	0.598 7	0.602 6	0.606 4	0.610 3	0.614 1																																																																																
0.3	0.617 9	0.621 7	0.625 5	0.629 3	0.633 1	0.636 8	0.640 6	0.644 3	0.648 0	0.651 7																																																																																
0.4	0.655 4	0.659 1	0.662 8	0.666 4	0.670 0	0.673 6	0.677 2	0.680 8	0.684 4	0.687 9																																																																																
0.5	0.691 5	0.695 0	0.698 5	0.701 9	0.705 4	0.708 8	0.712 3	0.715 7	0.719 0	0.722 4																																																																																
	<p>例 已知 $X \sim N(0, 1)$, 利用上页表格求以下概率值:</p> <p>(1) $P(X < 0.28)$; (2) $P(X < -0.36)$;</p> <p>(3) $P(0.18 \leq X < 0.57)$.</p> <p>解: (1) $P(X < 0.28) = \Phi(0.28) = 0.610 3$.</p> <p>(2) 因为 $P(X < -0.36) = \Phi(-0.36)$, 而</p> $\Phi(-0.36) + \Phi(0.36) = 1,$	<p>通过具体实例, 加深学生对正态分布的特点及正态曲线相关知识的理解, 提高学</p>																																																																																								

	<p>且由上页表格可知 $\Phi(0.36) = 0.6406$, 所以</p> $\Phi(-0.36) = 1 - \Phi(0.36) = 1 - 0.6406 = 0.3594.$ <p>(3) 由概率的加法公式以及上页表格可知</p> $\begin{aligned} P(0.18 \leq X < 0.57) &= P(X < 0.57) - P(X < 0.18) \\ &= \Phi(0.57) - \Phi(0.18) \\ &= 0.7157 - 0.5714 \\ &= 0.1443. \end{aligned}$	<p>生解决实际问题的能力，进而提升学生数学运算、逻辑推理、数据分析、数学建模等素养.</p>
	<p>练习：设某厂钢管内径尺寸 $\xi \sim N(25.40, 0.05^2)$，现在从这个总体中随机抽取 1000 个产品，利用正态分布推算其内径分别在：</p> <p>(1) $25.40 - 0.05 \sim 25.40 + 0.05$； (2) $25.40 - 2 \times 0.05 \sim 25.40 + 2 \times 0.05$ 范围内的产品个数.</p>	<p>巩固新知，查漏补缺.</p>
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 正态分布相关概念及正态曲线的形状. (2) 正态曲线的特点和“3σ原则”. (3) 标准正态分布的特征及相关结论.</p>	<p>回顾学习的过程，总结本节课的收获.</p>