

7.4.1 用样本估计总体（第2课时）

【学情分析】

学生在基础模块的概率与统计部分已经学习了样本数据的收集和直观表示的方法，以及样本的数字特征，因此具备一定的概率统计的知识储备。从学科核心素养来看，学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析等素养。由于初中阶段对概率的知识要求的降低，逻辑推理和数学抽象是学生的薄弱环节，因此在教学时，教师要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生各方面的能力。

【教学目标】

- (1) 理解样本方差、样本标准差的意义和作用，学会计算样本方差和样本标准差。
- (2) 能用样本标准差估计总体标准差，培养学生的数学运算、逻辑推理、数据分析等素养。
- (3) 结合实例，让学生体会从特殊到一般的数学思想，通过感性认识帮助学生理解统计在社会生活中的重要作用，感受数学来源于生活，运用于生活。

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是理解样本方差、样本平均数、样本标准差的意义和作用，教学难点是计算样本方差、样本平均数和样本标准差，用样本标准差估计总体标准差。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	<p>(1) 平均数、中位数和众数的意义、联系与区别。</p> <p>(2) 样本平均数和总体平均数的概念和意义，用样本平均数估计总体平均数。</p>	回忆平均数、中位数和众数的意义、联系与区别，用样本平均数估计总体平均数，为后面研究总体离散程度

		度的估计做铺垫.																
新课	<p>2. 总体离散程度的估计</p> <p>数据的离散程度可以用极差、方差或标准差来描述. 我们知道, 极差反映了一组数据变化的幅度, 样本方差描述了一组数据围绕平均数波动幅度的大小. 为了得到以样本数据的单位表示的波动幅度, 通常要求出样本方差的算术平方根, 即样本标准差. 一般地, 设样本数据为x_1, x_2, \dots, x_n, 样本的平均数为\bar{x}, 则</p> $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n};$ $s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}.$ <p>其中s^2表示样本方差, s表示样本标准差.</p> <p>例 2 计算数据 5, 7, 7, 8, 10, 11 的标准差.</p> <p>解 这组数据的平均数为</p> $\bar{x} = \frac{5 + 7 + 7 + 8 + 10 + 11}{6} = 8,$ <p>方差为</p> $s^2 = \frac{1}{6}[(5 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + (7 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (10 - 8)^2 + (11 - 8)^2] = 4,$ <p>标准差为$s = \sqrt{4} = 2$.</p> <p>例 3 从某灯泡厂生产的一批灯泡中随机地抽取 10 只进行寿命测试, 得数据如下 (单位: h) :</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>1 458</td> <td>1 395</td> <td>1 562</td> <td>1 614</td> <td>1 351</td> </tr> <tr> <td>1 490</td> <td>1 478</td> <td>1 382</td> <td>1 536</td> <td>1 496</td> </tr> </table> <p>使用电子表格求样本平均数\bar{x}和样本标准差s.</p> <p>解 在电子表格中输入数据后, 用函数 AVERAGE 和 STDEV. P 分别求样本平均数和标准差, 如图所示.</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td>A</td> <td>B</td> <td>C</td> <td>D</td> <td>E</td> </tr> </table>	1 458	1 395	1 562	1 614	1 351	1 490	1 478	1 382	1 536	1 496		A	B	C	D	E	<p>通过例题, 让学生初步理解样本方差和样本标准差的意义和作用, 计算样本标准差, 并能用样本标准差估计总体标准差, 学会估计数据的离散程度, 培养学生的数学运算、逻辑推理、数据分析等素养.</p>
1 458	1 395	1 562	1 614	1 351														
1 490	1 478	1 382	1 536	1 496														
	A	B	C	D	E													

	1	数据		平均数	标准差	
2	1458	1395		1476.2	78.7309342	
3	1562	1614				
4	1351	1490				
5	1478	1382				
6	1536	1496				
7						

即样本平均数 $\bar{x}=1476.2$, 样本标准差 $s \approx 78.7$.

这里, 我们更关心的是这批灯泡寿命的情况, 可以用算出的样本标准差 s 来估计这批灯泡寿命的变化幅度的大小, 也就是说用样本标准差可以估计总体标准差. 如果再抽取 10 只, 算得的标准差一般会与上述计算的标准差不同, 这就表明样本标准差具有随机性.

例 4 从甲、乙两名学生中选拔一人参加射击比赛, 对他们的射击水平进行了测试, 两人在相同条件下各射击 10 次, 命中的环数如下:

甲: 7 8 6 8 6 5 9 10 7 4

乙: 9 5 7 8 7 6 8 6 7 7

比较两人成绩的平均数、标准差和极差, 然后决定选择哪一人参赛.

解 计算可得: $\bar{x}_{\text{甲}}=7$, $\bar{x}_{\text{乙}}=7$; $s_{\text{甲}} \approx 1.73$, $s_{\text{乙}} \approx 1.10$; 甲的极差为 $10-4=6$, 乙的极差为 $9-5=4$.

因此, 甲、乙两人的平均成绩相等, 但 $s_{\text{乙}} < s_{\text{甲}}$, 乙的极差小于甲的极差, 这表明乙的成绩比甲的成绩稳定一些, 从成绩的稳定性考虑, 可以选择乙参赛.

1. 用自动包装机包糖, 现从包装的一批糖中任取 9 包, 称得净质量数据如下 (单位: kg) :

99.2 98.6 100.3 101.3 98.3 99.8 99.4 101.9 100.5

进一步巩固
所学的平均
数、样本方差

	<p>求出这 9 包糖的平均质量和质量的标准差，并估计这批糖的平均质量和标准差.</p> <p>2. 随机抽取某种白炽灯泡 5 只，测得使用寿命（单位：h）如下：</p> <p style="text-align: center;">1 502 1 453 1 067 1 156 1 196</p> <p>计算这 5 只灯泡的平均使用寿命及使用寿命的标准差，并估计这种灯泡的使用寿命及使用寿命的标准差.</p> <p>3. 某工厂生产滚珠，从某批产品中随机抽取 8 粒，量得直径分别为（单位：mm）：</p> <p style="text-align: center;">14.8 14.6 15.1 15.0 14.9 15.1 15.0 14.9</p> <p>试估计该厂生产的滚珠直径的平均数和标准差.</p> <p>4. 从 1 000 个零件中抽取 10 件，每件长度如下(单位: mm):</p> <p style="text-align: center;">22.36 22.35 22.33 22.35 22.37 22.34 22.38 22.36 22.32 22.35</p> <p>计算样本的平均数和标准差，并估计这批零件长度的平均数和标准差.</p>	和样本标准差的计算方法.
小结	<p>引导学生小结.</p> <p>(1) 样本方差、标准差公式.</p> <p>样本方差：</p> $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ <p>样本标准差：</p> $s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$ <p>(2) 样本方差、样本标准差的意义和作用.</p> <p>(3) 样本标准差的计算方法，用样本标准差估计总体标准差.</p>	回顾学习的过程，总结本节课的收获.