

7.4.2 一元线性回归（第 1 课时）

【学情分析】

学生在基础模块学习了概率初步的知识，在前面又学习了计数原理、排列组合与二项式定理等，因此具备一定的概率统计的知识储备. 从学科核心素养来看，学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析等素养. 由于初中阶段对概率的知识要求的降低，逻辑推理和数学抽象是学生的薄弱环节，因此在教学时，教师要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生各方面的能力.

【教学目标】

- （1）通过生活实例，引导学生认识到有些变量之间确实存在关系，但又不具备函数关系所要求的确定性，它们的联系带有随机性，进而了解相关关系和一元回归分析的含义，
- （2）通过对一元线性回归的分析，帮助学生掌握直线方程 $\hat{y} = a + bx$ ，提升学生的数学运算、逻辑推理、数学抽象等素养.
- （3）结合生活实例，让学生感受数学来源于生活，运用于生活. 通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的能力.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是两个变量之间的相关关系以及一元线性回归分析，教学难点是对直线方程 $\hat{y} = a + bx$ 的理解.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	变量与变量之间的关系常见的有两类：一类是确定性的函数关系；另一类是变量间确实存在关系，但又不具备函数关系所要求的确定性，它们的联系带有随机性. 例如，人的身高并不能确定体重，但平均说来“身高者，体也重”. 我们说身高与体重这两个变量具有 相关关系 . 通常把研究两个变量间的相关关系称为 一元回归分析 . 本节我们研究一元线性回归分析.	通过实例，让学生认识到有些变量之间确实存在关系，但又不具备函数关系所要求的确定

		性，它们的联系带有随机性.																								
新课	<p>在某种产品表面进行腐蚀刻线试验，得到腐蚀深度 Y 与腐蚀时间 x 之间相应的一组观察值如下表：</p> <table><tr><td>x/s</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td><td>60</td><td>70</td><td>90</td><td>120</td></tr><tr><td>$Y/\mu\text{m}$</td><td>6</td><td>10</td><td>10</td><td>13</td><td>16</td><td>17</td><td>19</td><td>23</td><td>25</td><td>29</td><td>46</td></tr></table> <p>腐蚀深度 Y 与腐蚀时间 x 之间存在什么关系？</p> <p>由表中数据可以看出，Y 有随 x 增加而增加的趋势，它们之间的这种关系无法用函数解析式准确表达，是一种相关关系. 为了探求两者之间的定量关系，我们以腐蚀时间 x 的取值作为横坐标，把 Y 的相应取值作为纵坐标，在直角坐标系中描点 (x_i, y_i) ($i=1, 2, 3, \cdots, 11$)，如下图所示. 这样的图形称为散点图.</p> <p>由图可见，所有点都分布在图中画出一条直线附近. 显然这样的直线还可以画出许多条，而我们希望找出其中的一条，它能最好地反映 x 与 Y 之间的关系. 记此直线方程为</p> $\hat{y} = a + bx. \quad \text{①}$ <p>这里在 y 的上方加记号 “$\hat{}$”，是为了与 Y 的实际值 y 区分，表示当 x 取值 x_i ($i=1, 2, 3, \cdots, 11$) 时，Y 相应的观察值为 y_i，而直线上对应于 x_i 的纵坐标是 $\hat{y}_i = a + bx_i$.</p> <p>①式称为 Y 对 x 的回归直线方程，b 称为回归系数.</p>	x/s	5	10	15	20	30	40	50	60	70	90	120	$Y/\mu\text{m}$	6	10	10	13	16	17	19	23	25	29	46	<p>通过问题情境，让学生初步理解两个变量间的联系虽不具备函数关系所要求的确定性，但它们的联系带有随机性，从而引出一元线性回归分析.</p>
	x/s	5	10	15	20	30	40	50	60	70	90	120														
	$Y/\mu\text{m}$	6	10	10	13	16	17	19	23	25	29	46														
	小结	引导学生小结.	回顾学习的																							

	<p>(1) 一元线性回归分析的含义.</p> <p>(2) 通过散点图认识回归直线.</p> <p>(3) Y 对 x 的回归直线方程.</p>	<p>过程, 总结本节课的收获.</p>
--	---	----------------------