7.4.2　一元线性回归（第 2 课时）

【学情分析】

学生在基础模块学习了概率初步的知识，在前面的课程又学习了计数原理、排列组合与二项式定理等，因此具备一定的概率统计的知识储备. 从学科核心素养来看，学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析等素养. 由于初中阶段对概率的知识要求的降低，逻辑推理和数学抽象是学生的薄弱环节，因此在教学时，教师要注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生各方面的能力.

【教学目标】

（1）通过生活实例，了解样本线性相关关系和一元线性回归的含义，掌握求一元线性回归方程的方法.

（2）通过对一元线性回归的分析，帮助学生积累数据分析的经验，提升学生的数学运算、逻辑推理、数学抽象等素养.

（3）结合生活实例，让学生感受数学来源于生活，运用于生活. 通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的能力.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点和难点是两个变量之间的线性相关关系以及求一元线性回归方程.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	回顾上一节课的内容可知，直线上对应于 x_i 的纵坐标是 $\hat{y}_i = a + bx_i$， 而①式 $\hat{y} = a + bx$ 称为 Y 对 x 的**回归直线方程**，b 称为**回归系数**.	通过回顾上一节课的知识点，可知变量之间的相关关系可以通过回归直线方程来刻画，进而引出回归直线方

<table>
<tr><td></td><td></td><td>程的公式.</td></tr>
<tr><td>新课</td><td>
要确定回归直线方程①，只要确定a与回归系数 b.
一般地，a，b 满足公式
$$\begin{cases} b=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^{\,2}-n\overline{x}^2}, \\ a=\overline{y}-b\overline{x}. \end{cases}$$
②
符号$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$表示$x_1+x_2+\cdots+x_n$. $\sum$ 为希腊字母，读作“希格玛”.
下面利用公式②来求问题情境中，腐蚀深度 Y 对腐蚀时间 x 的回归直线方程. 先把数据列成下表.
<table>
<tr><th>x</th><th>y</th><th>x^2</th><th>y^2</th><th>xy</th></tr>
<tr><td>5</td><td>6</td><td>25</td><td>36</td><td>30</td></tr>
<tr><td>10</td><td>10</td><td>100</td><td>100</td><td>100</td></tr>
<tr><td>15</td><td>10</td><td>225</td><td>100</td><td>150</td></tr>
<tr><td>20</td><td>13</td><td>400</td><td>169</td><td>260</td></tr>
<tr><td>30</td><td>16</td><td>900</td><td>256</td><td>480</td></tr>
<tr><td>40</td><td>17</td><td>1 600</td><td>289</td><td>680</td></tr>
<tr><td>50</td><td>19</td><td>2 500</td><td>361</td><td>950</td></tr>
<tr><td>60</td><td>23</td><td>3 600</td><td>529</td><td>1 380</td></tr>
<tr><td>70</td><td>25</td><td>4 900</td><td>625</td><td>1 750</td></tr>
<tr><td>90</td><td>29</td><td>8 100</td><td>841</td><td>2 610</td></tr>
<tr><td>120</td><td>46</td><td>14 400</td><td>2 116</td><td>5 520</td></tr>
<tr><td>510</td><td>214</td><td>36 750</td><td>5 422</td><td>13 910</td></tr>
</table>
由上表算得，
</td><td>帮助学生理解并掌握回归直线方程的公式，尤其要注意对符号“$\sum$”的讲解，要求学生熟记公式.</td></tr>
</table>

	$\bar{x}=\frac{510}{11},\bar{y}=\frac{214}{11},\sum_{i=1}^{11}x_iy_i=13910,\sum_{i=1}^{11}x_i^2=36750$，代入前面的公式②得（注意：不必把$\bar{x}$，$\bar{y}$化为小数，以减小误差） $$\begin{cases} b=\dfrac{13910-11\times\frac{510}{11}\times\frac{214}{11}}{36750-11\times(\frac{510}{11})^2}\approx 0.304336 \\ a=\dfrac{214}{11}-0.304336\times\dfrac{510}{11}\approx 5.34 \end{cases}$$ 腐蚀深度 Y 对腐蚀时间 x 的回归直线方程为 $$\hat{y}=0.304x+5.34.$$ 这里的回归系数 b=0.304，它的意义是，腐蚀时间 x 每增加一个单位（s），深度 Y 平均增加 0.304 个单位（μm）.	
小结	引导学生小结. （1）回归直线方程的求解方法及公式. （2）应用公式计算问题情境中的腐蚀深度 Y 对腐蚀时间 x 的回归直线方程，提高数学运算的能力.	回顾学习的过程，总结本节课的收获.