

4.3.2 抛物线的几何性质（第 2 课时）

【学情分析】

学生已经学习了抛物线的几何性质，能根据给出的几何性质求标准方程. 从学科核心素养来看，学生具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象、数据分析素养. 通过数形结合的思想方法，运用抛物线的定义和几何性质求抛物线的标准方程是学生的薄弱环节，教师在教学中应注意低起点、多示范、多总结，逐步提升学生分析问题和解决问题的能力.

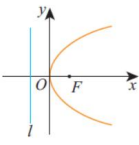
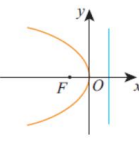
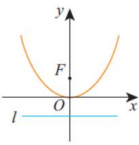
【教学目标】

- (1) 能根据抛物线的定义和几何性质求出抛物线的标准方程.
- (2) 通过抛物线几何性质的应用，逐步提升学生的直观想象、逻辑推理、数学抽象、数据分析等核心素养.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是抛物线的标准方程及几何性质，教学难点是抛物线标准方程四种形式的区分和应用.

【教学过程】

| 教学环节 | 教学内容          |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     | 设计意图                                                 |
|------|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| 复习   | 抛物线标准方程的四种形式： |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     | 回顾抛物线标准方程的四种形式，启发学生对抛物线性质的思考，为进一步探索抛物线的标准方程和几何性质做准备. |
|      | 标准方程          | $y^2=2px\ (p>0)$                                                                    | $y^2=-2px\ (p>0)$                                                                   | $x^2=2py\ (p>0)$                                                                    |                                                      |
|      | 图形            |  |  |  |                                                      |
|      |               | 开口向右                                                                                | 开口向左                                                                                | 开口向上                                                                                |                                                      |
|      | 焦点坐标          | $F(\frac{p}{2}, 0)$                                                                 | $F(-\frac{p}{2}, 0)$                                                                | $F(0, \frac{p}{2})$                                                                 |                                                      |
|      | 准线方程          | $x=-\frac{p}{2}$                                                                    | $x=\frac{p}{2}$                                                                     | $y=-\frac{p}{2}$                                                                    |                                                      |
|      | 对称轴           | $y=0$                                                                               | $y=0$                                                                               | $x=0$                                                                               |                                                      |
|      | 顶点坐标          | $(0, 0)$                                                                            |                                                                                     |                                                                                     |                                                      |
|      | 取值范围          | $x\geq 0, y\in\mathbf{R}$                                                           | $x\leq 0, y\in\mathbf{R}$                                                           | $y\geq 0, x\in\mathbf{R}$                                                           |                                                      |
|      | 离心率           | $e=1$                                                                               |                                                                                     |                                                                                     |                                                      |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| 新课 | <p><b>例1</b> 已知抛物线的对称轴为坐标轴，顶点在坐标原点，并且经过点 <math>M(5, 10)</math>，求它的标准方程.</p> <p><b>解：</b>因为抛物线的对称轴为坐标轴，顶点在坐标原点，所以可设它的标准方程为</p> $y^2 = 2px \text{ 或 } x^2 = 2py.$ <p>因为点 <math>M(5, 10)</math> 在抛物线上，代入，得</p> $10^2 = 2p \times 5 \text{ 或 } 5^2 = 2p \times 10,$ <p>解得 <math>p = 10</math> 或 <math>p = \frac{5}{4}</math>.</p> <p>因此所求方程是 <math>y^2 = 20x</math> 或 <math>x^2 = \frac{5}{2}y</math>.</p>                                                                                                     | 通过例题讲解，培养学生的逻辑推理能力.            |
|    | <p><b>【探索研究】</b></p> <p>当抛物线的焦点位置或对称轴未明确指出时，如何确定抛物线的类型呢？</p> <p>一般需要分情况讨论.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 通过分情况讨论，培养学生的归纳总结能力和科学严谨的学习态度. |
|    | <p><b>例2</b> 已知点 <math>P</math> 在抛物线 <math>x^2 = -5y</math> 上，且 <math>A(0, -3)</math>，求 <math> PA </math> 的最小值.</p> <p><b>解：</b>设点 <math>P</math> 的坐标为 <math>(x, y)</math>，则 <math>x^2 = -5y</math>，而且</p> $\begin{aligned}  PA ^2 &= x^2 + (y + 3)^2 \\ &= y^2 + y + 9 \\ &= (y + \frac{1}{2})^2 + \frac{35}{4}, \end{aligned}$ <p>又因为 <math>y \leq 0</math>，所以 <math>y = -\frac{1}{2}</math> 时，<math> PA ^2</math> 取最小值 <math>\frac{35}{4}</math>.</p> <p>因此所求最小值为 <math>\frac{\sqrt{35}}{2}</math>.</p> | 通过例题讲解，帮助学生理解和掌握抛物线的标准方程和几何性质. |
|    | <p><b>练习：</b>求满足下列条件的抛物线方程：</p> <p>(1) 顶点在原点，关于 <math>x</math> 轴对称并且经过点 <math>M(5, 4)</math>；</p> <p>(2) 顶点在原点，对称轴为坐标轴，且经过点 <math>P(6, -3)</math>；</p> <p>(3) 焦点是 <math>F(0, -8)</math>，准线是 <math>y = 8</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 及时掌握学生学习情况，查漏补缺.               |

|    |                                                                                               |                    |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 小结 | <p>引导学生小结.</p> <p>抛物线的几何性质:</p> <p>(1) 范围;</p> <p>(2) 对称性;</p> <p>(3) 顶点;</p> <p>(4) 离心率.</p> | 回顾学习的过程, 总结本节课的收获. |
| 作业 | <p>教材第 127 页, 练习第 3 题;</p> <p>教材第 128 页, 习题第 5 题.</p>                                         | 课后拓展, 分层练习.        |