

4.3.2 抛物线的几何性质（第1课时）

【学情分析】

学生学习了椭圆和双曲线的几何性质，也学习了抛物线的概念及标准方程，因此可以对学生的知识体系进行顺应性建构，类比椭圆和双曲线的几何性质，从抛物线的标准方程入手，让学生探究、分析出抛物线的几何性质。从学科核心素养来看，学生具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养。通过对标准方程进行简单的逻辑推理，分析出圆锥曲线的几何性质是学生的薄弱环节，教学时应注意低起点、多示范、多总结，逐步提升学生分析问题和解决问题的能力。

【教学目标】

- (1) 会根据抛物线的标准方程推出抛物线的几何性质。
- (2) 能根据抛物线的几何性质求出抛物线的标准方程。
- (3) 通过抛物线的几何性质的应用，逐步提升学生的直观想象、逻辑推理、数学抽象等素养。

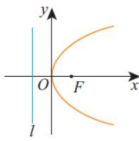
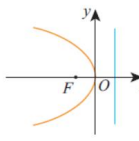
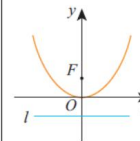
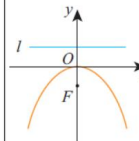
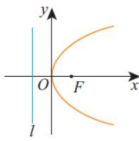
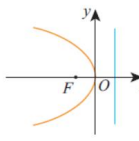
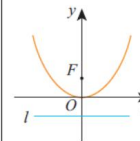
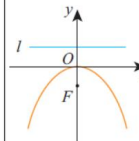
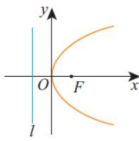
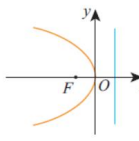
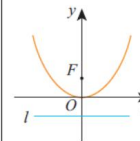
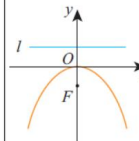
【教学重点和难点】

本节课的教学重点是抛物线的几何性质，教学难点是抛物线几何性质的应用。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图																				
复习	抛物线的标准方程、焦点、准线方程及图形：	回顾抛物线的标准方程、焦点、准线方程及图形，启发学生对抛物线性质的思考，为探索抛物线的几何性质做准备.																				
	<table><tr><th>方程</th><th>焦点</th><th>准线</th><th>图形</th></tr><tr><td>$y^2=2px$ ($p>0$)</td><td>$F(\frac{p}{2}, 0)$</td><td>$x=-\frac{p}{2}$</td><td></td></tr><tr><td>$y^2=-2px$ ($p>0$)</td><td>$F(-\frac{p}{2}, 0)$</td><td>$x=\frac{p}{2}$</td><td></td></tr><tr><td>$x^2=2py$ ($p>0$)</td><td>$F(0, \frac{p}{2})$</td><td>$y=-\frac{p}{2}$</td><td></td></tr><tr><td>$x^2=-2py$ ($p>0$)</td><td>$F(0, -\frac{p}{2})$</td><td>$y=\frac{p}{2}$</td><td></td></tr></table>	方程	焦点	准线	图形	$y^2=2px$ ($p>0$)	$F(\frac{p}{2}, 0)$	$x=-\frac{p}{2}$		$y^2=-2px$ ($p>0$)	$F(-\frac{p}{2}, 0)$	$x=\frac{p}{2}$		$x^2=2py$ ($p>0$)	$F(0, \frac{p}{2})$	$y=-\frac{p}{2}$		$x^2=-2py$ ($p>0$)	$F(0, -\frac{p}{2})$	$y=\frac{p}{2}$		
	方程	焦点	准线	图形																		
	$y^2=2px$ ($p>0$)	$F(\frac{p}{2}, 0)$	$x=-\frac{p}{2}$																			
	$y^2=-2px$ ($p>0$)	$F(-\frac{p}{2}, 0)$	$x=\frac{p}{2}$																			
$x^2=2py$ ($p>0$)	$F(0, \frac{p}{2})$	$y=-\frac{p}{2}$																				
$x^2=-2py$ ($p>0$)	$F(0, -\frac{p}{2})$	$y=\frac{p}{2}$																				

新课	【探索研究 1】 一般地，如果抛物线的标准方程是$y^2 = 2px(p > 0)$， ① 你能根据方程①来研究抛物线的一些几何性质吗？ 1. 范围 因为$p > 0$，由方程①可知，对于抛物线①上的点 $M(x, y)$，必有$x \geq 0$，所以除顶点外，这条抛物线的其余点都在y轴的右侧。当 x 的值增大时，y也增大，这说明抛物线向右上方和右下方无限延伸。此时，称抛物线①的开口向右。 2. 对称性 在方程中，将y换成$-y$，方程①不变。这说明这条抛物线关于x轴对称。我们把抛物线的对称轴称为抛物线的轴。 3. 顶点 抛物线与它的轴的交点称为抛物线的顶点。在方程①中，当$y = 0$ 时，$x = 0$，因此抛物线的顶点就是坐标原点。 4. 离心率 抛物线上的点M与焦点和准线的距离的比，称为抛物线的离心率，用e表示。由抛物线的定义可知，$e = 1$。	类比双曲线的几何性质，启发学生思考抛物线的几何性质，提高学生分析问题的能力。
	【探索研究 2】 如果抛物线的标准方程是 $y^2 = -2px(p > 0), \quad ②$ $x^2 = 2py(p > 0), \quad ③$ $x^2 = -2py(p > 0), \quad ④$ 那么在抛物线的范围（开口方向）、对称性、顶点、离心率中，哪些与方程①所表示的抛物线是相同的？哪些是有区别的？	通过类比，培养学生的抽象思维能力。通过表格归纳总结，提升学生的表达能力

	<table><tr><td>标准方程</td><td>$y^2=2px$ ($p>0$)</td><td>$y^2=-2px$ ($p>0$)</td><td>$x^2=2py$ ($p>0$)</td><td>$x^2=-2py$ ($p>0$)</td></tr><tr><td>图形</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>开口向右</td><td>开口向左</td><td>开口向上</td><td>开口向下</td></tr><tr><td>焦点坐标</td><td>$F(\frac{p}{2}, 0)$</td><td>$F(-\frac{p}{2}, 0)$</td><td>$F(0, \frac{p}{2})$</td><td>$F(0, -\frac{p}{2})$</td></tr><tr><td>准线方程</td><td>$x=-\frac{p}{2}$</td><td>$x=\frac{p}{2}$</td><td>$y=-\frac{p}{2}$</td><td>$y=\frac{p}{2}$</td></tr><tr><td>对称轴</td><td>$y=0$</td><td>$y=0$</td><td>$x=0$</td><td>$x=0$</td></tr><tr><td>顶点坐标</td><td colspan="4">$(0, 0)$</td></tr><tr><td>取值范围</td><td>$x\geq 0, y\in\mathbf{R}$</td><td>$x\leq 0, y\in\mathbf{R}$</td><td>$y\geq 0, x\in\mathbf{R}$</td><td>$y\leq 0, x\in\mathbf{R}$</td></tr><tr><td>离心率</td><td colspan="4">$e=1$</td></tr></table>				标准方程	$y^2=2px$ ($p>0$)	$y^2=-2px$ ($p>0$)	$x^2=2py$ ($p>0$)	$x^2=-2py$ ($p>0$)	图形						开口向右	开口向左	开口向上	开口向下	焦点坐标	$F(\frac{p}{2}, 0)$	$F(-\frac{p}{2}, 0)$	$F(0, \frac{p}{2})$	$F(0, -\frac{p}{2})$	准线方程	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$	对称轴	$y=0$	$y=0$	$x=0$	$x=0$	顶点坐标	$(0, 0)$				取值范围	$x\geq 0, y\in\mathbf{R}$	$x\leq 0, y\in\mathbf{R}$	$y\geq 0, x\in\mathbf{R}$	$y\leq 0, x\in\mathbf{R}$	离心率	$e=1$				和逻辑思维能 力.
标准方程	$y^2=2px$ ($p>0$)	$y^2=-2px$ ($p>0$)	$x^2=2py$ ($p>0$)	$x^2=-2py$ ($p>0$)																																														
图形																																																		
	开口向右	开口向左	开口向上	开口向下																																														
焦点坐标	$F(\frac{p}{2}, 0)$	$F(-\frac{p}{2}, 0)$	$F(0, \frac{p}{2})$	$F(0, -\frac{p}{2})$																																														
准线方程	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$																																														
对称轴	$y=0$	$y=0$	$x=0$	$x=0$																																														
顶点坐标	$(0, 0)$																																																	
取值范围	$x\geq 0, y\in\mathbf{R}$	$x\leq 0, y\in\mathbf{R}$	$y\geq 0, x\in\mathbf{R}$	$y\leq 0, x\in\mathbf{R}$																																														
离心率	$e=1$																																																	
例 1 已知抛物线关于 x 轴对称, 它的顶点在坐标原点, 并且经过点 $M(2, -2\sqrt{2})$, 求它的标准方程. 解: 因为抛物线关于 x 轴对称, 它的顶点在坐标原点, 并且经过点 $M(2, -2\sqrt{2})$, 所以可设它的标准方程为 $y^2=2px.$ 因为点 $M(2, -2\sqrt{2})$ 在抛物线上, 所以 $(-2\sqrt{2})^2=2p\times 2,$ 解得 $p=2$. 因此所求方程是 $y^2=4x$.	通过例题讲 解, 培养学 生的逻辑分 析能力.																																																	
例 2 求顶点在原点, 准线方程为 $x=-4$ 的抛物线的标准方程. 解: 由顶点在原点, 准线方程为 $x=-4$, 知抛物线焦点在 x 轴正半轴上, 所以可设它的标准方程为 $y^2=2px\ (p>0).$ 由准线方程知 $-\frac{p}{2}=-4,\ \text{即}\ p=8.$ 故抛物线的方程为 $y^2=16x$.	通过例题讲 解, 帮助学 生理解和掌 握抛物线的 定义、标准 方程和几何 性质等内 容.																																																	
例 3 一种卫星接收天线如左下图所示, 其曲面与轴截面的交线为抛物线. 在轴截面内的卫星波束呈近似平行状态射入形为抛物线的接收天线, 经反射聚集到焦点处, 如右下图. 已知接收天线的口径(直径)为 4.8 m, 深度为 1 m. 试建立适当的坐标系, 求抛物线的标准方程和焦点坐标.																																																		

	解：如下图所示，在接收天线的轴截面所在平面内建立直角坐标系，使接收天线的顶点（即抛物线的顶点）与原点重合，焦点在 x 轴上．设抛物线的标准方程是 $y^2 = 2px$ ($p > 0$)．由已知条件得，点 A 的坐标是 $(1, 2.4)$，代入方程，得 $2.4^2 = 2p \times 1$，即 $p = 2.88$．所以，所求抛物线的标准方程是 $y^2 = 5.76x$，焦点坐标是 $(1.44, 0)$．	通过解决实际问题，加深学生对公式的理解，激发学生学习数学的兴趣．
	求满足下列条件的抛物线方程： (1) 顶点在原点，关于 x 轴对称并且经过点 $M(5, -4)$； (2) 顶点在原点，焦点是 $F(0, 5)$； (3) 顶点在原点，准线是 $x = 4$．	及时掌握学生学习情况，查漏补缺．
小结	引导学生小结． 抛物线的几何性质： (1) 范围； (2) 对称性； (3) 顶点； (4) 离心率．	回顾学习的过程，总结本节课的收获．
作业	教材第 127 页，练习第 2 题，习题第 3 题．	课后拓展，分层练习．