

4.3.1 抛物线的标准方程

【学情分析】

学生已经学习过直线与圆的方程等平面解析几何的知识,在本章又系统学习了椭圆和双曲线的方程,这两种图形的学习模式为学习抛物线奠定了知识基础和逻辑基础. 中职学生在学习专业课程后,具有良好的专业素养,乐于接触新鲜事物,善于接受图象类的知识,对于将数学知识运用到生活与专业中特别感兴趣,但方程的推导和带字母的数学运算一直是他们的薄弱环节,需要教师多加启发和诱导.

【教学目标】

- (1) 能用语言描述抛物线的定义, 掌握抛物线标准方程的四种形式及推导过程, 会根据标准方程推断焦点位置.
- (2) 通过抛物线作图和方程推导, 提升直观想象和数学建模的核心素养.
- (3) 结合现实的例子, 引导学生感受数学来源于生活, 运用于生活, 体验数学的图形美和对称美. 培养学生勇于探索、实事求是的精神.

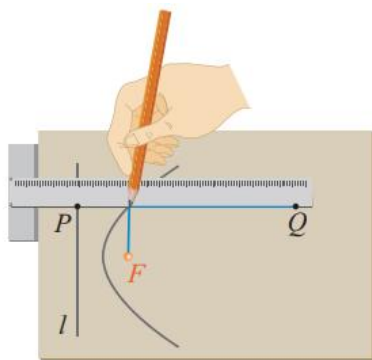
【教学重点和难点】

本节课的教学重点是抛物线四种方程的推导, 教学难点是结合四种方程的形式, 求相应的焦点坐标和准线方程.

【教学过程】

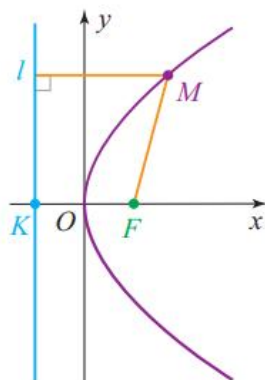
教学环节	教学内容	设计意图
复习	1. 复述椭圆和双曲线的定义. 2. 分别写出焦点在x轴和y轴的椭圆和双曲线的标准方程.	通过复习椭圆和双曲线的知识点, 为本节课内容的学习打下基础.
导入	1. 卫星电视接收天线的截面图.	通过创设情境,

	2. 汽车大灯的截面图. 【提问】观察这两个图形的截面图，你能想到哪些形象？	展示生活中的例子，进而导入新课.
新课	【问题 1】抛物线是怎样定义的？ 一般地，设 F 是平面内的一个定点，l 是不过点 F 的一条定直线，则平面上到 F 的距离与到 l 的距离相等的点的轨迹称为抛物线，其中定点 F 称为抛物线的焦点，定直线 l 称为抛物线的准线. 【问题 2】如何利用一些工具作出抛物线？ 如下图所示，在画板上画一条直线 l，使 l 与画板左侧的边线平行；再在直线 l 外画一个定点 F．取一个丁字尺靠紧画板左侧外沿，丁字尺和直线 l 垂直且相交于点 P，在丁字尺的另一端取一点 Q，将一条长度等于 PQ 的细绳，一端固定在点 Q，另一端固定在点 F，用笔尖靠着丁字尺的边缘并紧扣细绳，然后上下平移丁字尺，笔尖作出的曲线是抛物线的一部分．	给出抛物线的准确定义，并给出焦点与准线的定义，为下一步的作图提供依据. 通过作图，激发学生动手实践的兴趣.



【问题 3】 如何建立平面直角坐标系求抛物线方程？

我们可以用坐标法来探讨问题 3，以求出抛物线的标准方程．过抛物线的焦点 F 作其准线 l 的垂线，记垂足为 K ，设 $|KF| = p$ （即 F 到准线 l 的距离为 p ），因为直线 l 不过点 F ，所以 $p > 0$ ．



如上图所示，以直线 KF 为 x 轴，线段 KF 的垂直平分线为 y 轴建立平面直角坐标系．此时，抛物线的焦点为

$F(\frac{p}{2}, 0)$ ，准线为 $x = -\frac{p}{2}$ ．

设 $M(x, y)$ 是抛物线上一点，则 M 到 F 的距离为

$$|MF| = \sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2},$$

M 到直线 l 的距离为 $|x + \frac{p}{2}|$ ，所以

$$\sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2} = |x + \frac{p}{2}|.$$

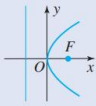
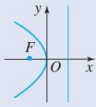
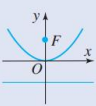
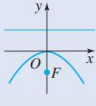
从实物到几何图形，培养学生的抽象思维能力．从文字描述到图形和符号，提升学生的作图能力．

将上式两边平方，并化简，得

$$y^2 = 2px \quad (p > 0).$$

【问题 4】根据焦点在 x 轴正半轴上的抛物线的标准方程，如何推出抛物线的标准方程的其他几种形式？

抛物线的标准方程还有其他几种形式： $y^2 = -2px$ ， $x^2 = 2py$ ， $x^2 = -2py$ ，它们的焦点、准线方程以及图形列表如下：

方程	焦点	准线	图形
$y^2 = 2px$ ($p > 0$)	$F(\frac{p}{2}, 0)$	$x = -\frac{p}{2}$	
$y^2 = -2px$ ($p > 0$)	$F(-\frac{p}{2}, 0)$	$x = \frac{p}{2}$	
$x^2 = 2py$ ($p > 0$)	$F(0, \frac{p}{2})$	$y = -\frac{p}{2}$	
$x^2 = -2py$ ($p > 0$)	$F(0, -\frac{p}{2})$	$y = \frac{p}{2}$	

举一反三，由一种形式推广到其他的三种形式。

【例 1】

(1) 已知抛物线的标准方程是 $y^2 = 6x$ ，求它的焦点坐标和准线方程；

(2) 已知抛物线的焦点坐标是 $F(0, -2)$ ，求它的标准方程。

解： (1) 因为 $p = 3$ ，所以焦点坐标是 $(\frac{3}{2}, 0)$ ，准线方程是 $x = -\frac{3}{2}$ ；

(2) 因为焦点在 y 轴的负半轴上，并且 $\frac{p}{2} = 2$ ， $p = 4$ ，所以它的标准方程是 $x^2 = -8y$ 。

通过给出方程求 p 和已知 p 求方程的方式，帮助学生熟悉公式。

	1. 根据下列所给的条件，写出抛物线的标准方程： (1) 焦点是 $F(3,0)$； (2) 准线方程是 $x = -\frac{1}{4}$； (3) 焦点到准线的距离是 2，且焦点在 x 轴上. 2. 求下列抛物线的焦点坐标和准线方程： (1) $y^2 = 20x$； (2) $x^2 = \frac{1}{2}y$； (3) $2y^2 + 5x = 0$； (4) $x^2 + 8y = 0$.	组织学生进行小组合作，查缺补漏，展示学习成果.																				
小结	引导学生小结. <table><tr><th>方程</th><th>焦点</th><th>准线</th><th>图形</th></tr><tr><td>$y^2 = 2px$ ($p > 0$)</td><td>$F(\frac{p}{2}, 0)$</td><td>$x = -\frac{p}{2}$</td><td></td></tr><tr><td>$y^2 = -2px$ ($p > 0$)</td><td>$F(-\frac{p}{2}, 0)$</td><td>$x = \frac{p}{2}$</td><td></td></tr><tr><td>$x^2 = 2py$ ($p > 0$)</td><td>$F(0, \frac{p}{2})$</td><td>$y = -\frac{p}{2}$</td><td></td></tr><tr><td>$x^2 = -2py$ ($p > 0$)</td><td>$F(0, -\frac{p}{2})$</td><td>$y = \frac{p}{2}$</td><td></td></tr></table>	方程	焦点	准线	图形	$y^2 = 2px$ ($p > 0$)	$F(\frac{p}{2}, 0)$	$x = -\frac{p}{2}$		$y^2 = -2px$ ($p > 0$)	$F(-\frac{p}{2}, 0)$	$x = \frac{p}{2}$		$x^2 = 2py$ ($p > 0$)	$F(0, \frac{p}{2})$	$y = -\frac{p}{2}$		$x^2 = -2py$ ($p > 0$)	$F(0, -\frac{p}{2})$	$y = \frac{p}{2}$		归纳总结本节课所学内容，完善知识体系.
方程	焦点	准线	图形																			
$y^2 = 2px$ ($p > 0$)	$F(\frac{p}{2}, 0)$	$x = -\frac{p}{2}$																				
$y^2 = -2px$ ($p > 0$)	$F(-\frac{p}{2}, 0)$	$x = \frac{p}{2}$																				
$x^2 = 2py$ ($p > 0$)	$F(0, \frac{p}{2})$	$y = -\frac{p}{2}$																				
$x^2 = -2py$ ($p > 0$)	$F(0, -\frac{p}{2})$	$y = \frac{p}{2}$																				
作业	教材第 124 页，练习第 3 题.	课后拓展，分层练习.																				