

1.4.1 余弦定理（第2课时）

【学情分析】

学生已经了解了余弦定理的推导及利用公式解三角形的两种情形，能够利用公式初步解决简单的数学问题，但对前后知识的联系、理解、应用仍较为欠缺。教学时，需注意循序渐进，慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生的应用能力。

【教学目标】

(1) 通过实例，理解用余弦定理解三角形的唯一性，并应用余弦定理进行一些简单的分析和判断；

(2) 通过由浅入深的练习，增强学生的数学应用意识；

(3) 通过解决问题，培养学生独立思考、交流合作的品质。

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是余弦定理的应用，教学难点是对余弦定理的推导和理解。

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	1. 写出余弦定理在解三角形中应用的两种情形（求边、求角），并说说你是怎样把握公式的特征去进行记忆的。 2. 应用余弦定理可解怎样的斜三角形？	回忆余弦定理的内容，启发学生思考如何利用公式解斜三角形。
新课	【例3】 在$\triangle ABC$中，已知$a=6$，$b=4$，$c=2\sqrt{7}$，试判断这个三角形的形状。 解：因为$6 > 2\sqrt{7} > 4$，即$a > c > b$，所以$\angle A$是$\triangle ABC$中最大的内角。由余弦定理，得	通过练习，使学生发现用余弦定理解三角形时，解是唯一的。

$$\begin{aligned}\cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{4^2 + (2\sqrt{7})^2 - 6^2}{2 \times 4 \times 2\sqrt{7}} \\ &= \frac{\sqrt{7}}{14} > 0.\end{aligned}$$

因为 $0 < \angle A < \pi$ ，所以 $\angle A$ 为锐角.

因此， $\triangle ABC$ 为锐角三角形.

练习 3 判断 $\triangle ABC$ 是锐角三角形、直角三角形还是钝角三角形：

$$(1) \ a = 2\sqrt{3}, \ b = 2\sqrt{2}, \ c = \sqrt{6} + \sqrt{2};$$

$$(2) \ a = 5, \ b = 12, \ c = 13;$$

$$(3) \ a = 2, \ b = \sqrt{2}, \ c = \sqrt{3} + 1.$$

【例 4】

已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ，证明： $b^2 - c^2 = a(a - c)$.

分析：要证明 $b^2 - c^2 = a(a - c)$ ，只需证明

$$b^2 = a^2 + c^2 - ac .$$

证明：由余弦定理，得

$$\begin{aligned}b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ &= a^2 + c^2 - 2ac \cos 60^\circ \\ &= a^2 + c^2 - ac,\end{aligned}$$

所以 $b^2 - c^2 = a(a - c)$.

练习 4 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ，求证：

$$(1) \ a^2 - b^2 = c(b + c) ;$$

$$(2) \ b(a^2 - b^2) = c(a^2 - c^2) .$$

小结	引导学生小结. 1. 余弦定理: $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A,$ $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B,$ $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C.$ 2. 余弦定理可以解决的问题: (1) 已知三角形的两边及其夹角, 求第三边; (2) 已知三角形的三边求内角. (3) 判断三角形形状.	回顾学习的过程, 总结本节课的收获.
-----------	---	---------------------------