1.4.2　三角形的面积及正弦定理（第 1 课时）

【学情分析】

学生在初中就已经了解过三角形中的边角关系，具备一定的知识基础. 但初中对于边角关系的探讨大多停留在定性描述，正弦定理则是对三角形边角关系的定量刻画. 由定性描述到定量刻画，需要学生具备一定的数学抽象概括能力.

学生具备了平面几何、解直角三角形、三角形面积公式、三角函数等知识基础，因此可以对学生的知识体系进行顺应性的建构，即从直角三角形的面积公式到斜三角形的面积公式，再推导出正弦定理. 从学科核心素养来看，学生具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象素养，但对前后知识间的联系、理解、推理有一定的困难. 教学时，需注意循序渐进，慢慢来、多示范、多练习，逐步提高学生运算推理的能力.

【教学目标】

（1）通过问题情境，引导学生发现并推证三角形的面积公式，并能简单应用三角形的面积公式.

（2）引导学生通过观察三角形的面积公式，推导出正弦定理，并简单应用正弦定理解三角形（已知三角形的两角和一边，求其他元素）.

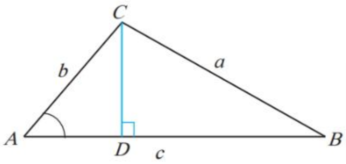
（3）通过学习和实践，体会数学的科学价值、应用价值，学习用数学的思维方式解决问题、认识世界，进而领会数学的人文价值、美学价值.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是用正弦定理解三角形中已知三角形的两角和一边，求其他元素的问题. 教学难点是正弦定理的证明.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	通过提问，复习三角形面积公式. （1）直角三角形的面积如何计算？ （2）一般三角形的面积如何计算？需要知道哪些量？	回忆三角形的面积公式，明确计算三角形面积需要哪些量.

<table>
<tr>
<td>引入</td>
<td>【创设情境，提出问题】
我们知道，三角形的面积为底边与该边对应高乘积的一半. 如果已知三角形的两边及其夹角，如何求三角形的面积呢？</td>
<td>通过问题情境，引发学生对本节课的兴趣，引入新课.</td>
</tr>
<tr>
<td>新课</td>
<td>【建构模型，推导公式】
如图所示，在△ABC 中，设 $BC=a$ ， $AC=b$ ， $AB=c$ ，作边 AB 上的高 CD .


在 Rt△ADC 中， $CD=b\sin A$ ，设△ABC 的面积为 S ，则
$$S=\frac{1}{2}AB\times CD=\frac{1}{2}cb\sin A .$$
同理，可得
$$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C .$$
因此，△ABC 的面积公式为
$$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C.$$
【例 1】在△ABC 中，已知 $a=6$ ， $b=3\sqrt{2}$ ， $\angle C=45^\circ$ ，求△ABC 的面积.
解：由三角形的面积公式可知
$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9 .$$
【利用公式，运算推理】
由三角形的面积公式可知
$$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B ,$$
即
$$b\sin A=a\sin B ,$$
这就得到</td>
<td>利用锐角三角函数和三角形面积公式，推导出三角形的面积等于任意两边与其夹角正弦的积的一半.

通过简单应用，让学生熟悉三角形面积公式.

利用三角形面积公式，推导出正弦定理.</td>
</tr>
</table>

	$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}.$$ 同理，可证得 $$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$ 于是，可以得到如下公式： $$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$ 我们把以上公式称为正弦定理，即在一个三角形中，各边与它所对角的正弦的比相等. 正弦定理在解三角形中的应用主要有两种情形： （1）已知三角形的两角和一边，求其他元素； （2）已知三角形的两边和其中一边所对的角，求其他元素. **【例 2】**在$\triangle ABC$中，已知$a=5$，$\angle A=30°$，$\angle C=65°$，求$\angle B$，b，c（长度保留 3 位小数）. **解**：因为$\angle A+\angle B+\angle C=180°$，所以 $$\angle B=180°-30°-65°=85°.$$ 由正弦定理，得 $$\frac{5}{\sin 30°}=\frac{b}{\sin 85°},$$ $$b=\frac{5\sin 85°}{\sin 30°}\approx 9.962.$$ 同理，得 $$c=\frac{5\sin 65°}{\sin 30°}\approx 9.063.$$ **【练习 1】**在$\triangle ABC$中，已知$b=12$，$\angle A=30°$，$\angle B=120°$，求a. **解**：由正弦定理，得 $$\frac{a}{\sin 30°}=\frac{12}{\sin 120°},$$ $$a=\frac{12\sin 30°}{\sin 120°}=4\sqrt{3}.$$	总结归纳正弦定理的公式及变形，加深学生对公式的理解. 利用正弦定理解三角形的第一种情形：已知三角形的两角和一边，求其他元素. 通过练习，巩固所学知识.

小结	引导学生小结． 1．三角形面积公式： $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C.$ 2．正弦定理： $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$ 3．正弦定理在解三角形中的第一种情形：已知三角形的两角和一边，求其他元素．	回顾学习的过程，总结本节课的收获．