

2.1.2 数列的通项

【学情分析】

学生在上一节课学习了数列的概念,对数列有了初步的认识.学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析的素养,但在掌握新知后运用其解决问题的能力有待提高.教学时,应注重启发、引导,培养学生独立解决问题的能力,逐步提高学生逻辑推理的能力.

【教学目标】

- (1) 理解通项公式的概念,掌握利用递推公式计算的方法.
- (2) 通过对通项公式的简单应用,培养学生应用知识解决问题的能力及函数与方程思想意识,提高学生数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析等核心素养.
- (3) 感悟数学符号化思想,体会数学简洁之美.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是解决与通项公式相关的问题,教学难点是理解递推公式的含义,并进行计算.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	【思考】数列是按照一定次序排列的一列数,如何用数学符号体现某一项在数列中的位置呢?	提出问题,导入新课.
新课	一、通项公式 数列的一般形式可以写成 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots,$ 其中a_n是数列的第n项,称为数列的通项,n称为a_n的序号($n \in \mathbf{N}_+$),并且整个数列可记作$\{a_n\}$. 如果a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) 与n之间的关系可表示为 $a_n = f(n),$ 那么这个关系式称为这个数列的通项公式. 【强调】 a_n是n的函数,可以用函数求值进行计算.	讲解新知. 培养学生的函数与方程思想,便于求解.

	$\therefore$ 它的一个通项公式为 $a_n = 2n - 1$. (2) $\because a_1 = \frac{2^2-1}{2}, a_2 = \frac{3^2-1}{3},$ $a_3 = \frac{4^2-1}{4}, a_4 = \frac{5^2-1}{5},$ $\therefore$ 它的一个通项公式为 $a_n = \frac{(n+1)^2-1}{n+1}$. (3) $\because -1, 1, -1, 1$ 的通项公式 $b_n = \underline{\hspace{2cm}},$ 【提问】 写成 $b_n = (-1)^{n+2}$ 可否? $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{3 \times 4}, \frac{1}{4 \times 5}$ 的通项公式 $c_n = \underline{\hspace{2cm}},$ $\therefore$ 它的一个通项公式为 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}.$ 【练习 2】 一个数列的前 4 项分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$, 则它的一个通项公式是 $\underline{\hspace{2cm}}.$ 【练习 3】 数列 $\frac{2^3-1}{2}, \frac{3^3-1}{3}, \frac{4^3-1}{4}, \frac{5^3-1}{5}, \dots$ 的一个通项公式是 (). (A) $a_n = \frac{n(n^2-1)}{n+1}$ (B) $a_n = \frac{n(n^2+1)}{n}$ (C) $a_n = \frac{n(n^2+3n+3)}{n+1}$ (D) $a_n = \frac{n(n^2+2)}{n}$	和各数的关系. 第 (3) 题, 根据学生基础, 可以选做, 通过提问降低难度, 帮助学生更好地打开解题思路, 并指出某些数列的通项公式不唯一.
	二、递推公式 【例 3】 已知数列 $\{a_n\}$ 的第 1 项是 1, 且 $a_{n+1} = 1 + \frac{1}{a_n}$, 写出这个数列的前 5 项. 【提问】 上式是通项公式吗? 给出递推公式概念: 数列 $\{a_n\}$ 中第 n 项与前一项或前几项之间的关系式, 称为数列的递推公式.	强调通项公式与递推公式的不同.

	解: $a_1 = 1$, $a_2 = 1 + \frac{1}{a_1} = 2,$ $a_3 = 1 + \frac{1}{a_2} = \frac{3}{2},$ $a_4 = 1 + \frac{1}{a_3} = \frac{5}{3},$ $a_5 = 1 + \frac{1}{a_4} = \frac{8}{5}.$ 【思考】如果只求第 5 项, 还要求前 4 项吗? 【练习 4】已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1\,981$, 且 $a_n = a_{n-1} + 12$, $n \geq 2$, 写出这个数列的前 5 项. 【练习 5】已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = 2\,009$, 且 $a_n = a_{n-1} + 7$, $n \geq 2$, 求 a_1.	学会用递推公式计算. 让学生自己体会“递推”的含义.
小结	引导学生小结. 1. 通项公式. 2. 递推公式.	归纳小结.
作业	教材第 43 页、第 44 页习题 1~7.	巩固训练.