2.1.2 数列的通项

【学情分析】

学生在上一节课学习了数列的概念,对数列有了初步的认识.学生具备一定的数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析的素养,但在掌握新知后运用其解决问题的能力有待提高. 教学时,应注重启发、引导,培养学生独立解决问题的能力,逐步提高学生逻辑推理的能力.

【教学目标】

- (1) 理解通项公式的概念,掌握利用递推公式计算的方法.
- (2)通过对通项公式的简单应用,培养学生应用知识解决问题的能力及函数与方程思想的意识,提高学生数学运算、逻辑推理、数学抽象、数据分析等核心素养.
 - (3) 感悟数学符号化思想,体会数学简洁之美.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是解决与通项公式相关的问题,教学难点是理解递推公式的含义,并 进行计算.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	【思考】数列是按照一定次序排列的一列数,如何用数学符	提出问题,
	号体现某一项在数列中的位置呢?	导入新课.
	一、通项公式	
	数列的一般形式可以写成	讲解新知.
	a_1 , a_2 , a_3 ,, a_n ,,	
	其中 a_n 是数列的第 n 项,称为数列的 通项 , n 称为 a_n 的 序号 $(n \in$	
新课	\mathbf{N}_{+}),并且整个数列可记作 $\{a_{n}\}$.	
	如果 a_n $(n = 1, 2, 3,)$ 与 n 之间的关系可表示为	培养学生的
	$a_n = f(n),$	函数与方程思
	那么这个关系式称为这个数列的 通项公式 .	想,便于求解.
	【强调】 a_n 是 n 的函数,可以用函数求值进行计算.	

(一)利用通项公式求值

例如:数列 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$,..., $\frac{1}{n}$,...

【思考】(1) $a_3 = ____;$

- (2) 该数列的通项公式 a_n =____;
- $(3) a_{10} = _{\underline{\hspace{1cm}}};$
- (4) 数列 $\{a_n\}$ 还可以记作 .

【例 1】 根据通项公式,求出下面数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项:

(1)
$$a_n = \frac{n}{n+1}$$
;

$$(2) a_n = (-1)^n \cdot n.$$

找同学口答.

【思考】第5项和前5项有什么区别?

【练习 1】已知数列的通项公式是 $a_n = n^2$,

- (1) 第100项是多少?
- (2) 100 是数列的第几项?

循序渐进帮 助学生理解新 知.

考查学生掌 握情况.

提醒学生注 意区分,审题 要仔细.

变式训练, 灵活应用通项 公式. 通过两个问题 对比,帮助学 生区分项与序 号.

(二)根据前几项求通项公式

【提示】发现序号与项的对应关系,找出数列的通项公式.

【例 2】写出数列的一个通项公式,使它的前 4 项分别是下列各数:

- (1) 1, 3, 5, 7;
- (2) $\frac{2^2-1}{2}$, $\frac{3^2-1}{3}$, $\frac{4^2-1}{4}$, $\frac{5^2-1}{5}$;
- $(3) -\frac{1}{1\times 2}, \frac{1}{2\times 3}, -\frac{1}{3\times 4}, \frac{1}{4\times 5}.$

m{R}: (1) : $a_1 = 2 \times 1 - 1$, $a_2 = 2 \times 2 - 1$,

$$a_3 = 2 \times 3 - 1$$
, $a_4 = 2 \times 4 - 1$,

逐一列出,

便于观察序号

:它的一个通项公式为 $a_n = 2n - 1$.

(2)
$$: a_1 = \frac{2^2 - 1}{2}, \ a_2 = \frac{3^2 - 1}{3},$$

$$a_3 = \frac{4^2 - 1}{4}, \ a_4 = \frac{5^2 - 1}{5},$$

- \therefore 它的一个通项公式为 $a_n = \frac{(n+1)^2-1}{n+1}$.
- (3) ::-1, 1, -1, 1 的通项公式 $b_n = _____$,

【提问】写成 $b_n = (-1)^{n+2}$ 可否?

:它的一个通项公式为 $a_n = ____.$

和各数的关系.

第(3)题, 根据学生基础,可以选做, 通过提问降低 难度,帮助学 生更好地打开 解题思路, 并指出某些数

列的通项公式

不唯一.

【练习 2】一个数列的前 4 项分别为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, ...,则

它的一个通项公式是_____.

【练习 3】数列 $\frac{2^3-1}{2}$, $\frac{3^3-1}{3}$, $\frac{4^3-1}{4}$, $\frac{5^3-1}{5}$, ...的一个通项公式是

(A)
$$a_n = \frac{n(n^2-1)}{n+1}$$

(B)
$$a_n = \frac{n(n^2+1)}{n}$$

(C)
$$a_n = \frac{n(n^2 + 3n + 3)}{n+1}$$

$$(D) a_n = \frac{n(n^2+2)}{n}$$

二、递推公式

【例 3】已知数列 $\{a_n\}$ 的第 1 项是 1,且 $a_{n+1}=1+\frac{1}{a_n}$,写出这个数列的前 5 项.

【提问】上式是通项公式吗?

给出递推公式概念:

数列 $\{a_n\}$ 中第n项与前一项或前几项之间的关系式,称为数列的**递推公式**.

强调通项公式与递推公式的不同.

	解 : $a_1 = 1$,	
	$a_2 = 1 + \frac{1}{a_1} = 2,$	
	$a_3 = 1 + \frac{1}{a_2} = \frac{3}{2},$	学会用递推
	$a_4 = 1 + \frac{1}{a_3} = \frac{5}{3},$	公式计算.
	$a_5 = 1 + \frac{1}{a_4} = \frac{8}{5}.$	
	【思考】如果只求第5项,还需要求前4项吗?	
	【练习 4】已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$ 981,且 $a_n=a_{n-1}$ +	
	12 , $n \ge 2$, 写出这个数列的前 5 项.	
	【练习 5】已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5=2009$,且 $a_n=a_{n-1}+$	让学生自己
	$7, n \geq 2, 求 a_1.$	体会"递推"
		的含义.
	引导学生小结.	
小结	1. 通项公式.	归纳小结.
	2. 递推公式.	
作业	教材第 43 页、第 44 页习题 1~7.	巩固训练.