

2.4 数列的应用（第 2 课时）

【学情分析】

学生在前面的课程中，学习了等比数列的通项公式和前 n 项和公式，因此已经有相应的知识储备，可以建构数列应用题的相关模型. 从学科核心素养来看，学生具备一定的数学运算、直观想象、逻辑推理和数学建模素养，但数学建模是学生较为薄弱的环节. 教学时，应该逐步引导学生学会将实际问题建模为数学问题，从而提高学生数学建模的素养.

【教学目标】

- (1) 能够应用等比数列的知识解决简单的实际问题.
- (2) 通过解决实际问题，培养学生分析问题、解决问题的能力，渗透数学建模的思想.
- (3) 在应用数列知识解决问题的过程中，培养学生勇于探索、积极进取的精神，激发学生学习数学的热情.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是通过数列知识的应用，引导学生建立数列知识的数学建模思想解决问题. 教学难点是根据实际问题，建立相应的数列模型.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	解决数列实际问题的步骤是： 读题，确定数列类型→寻求已知量→确定所求量→利用公式列等式→解答→写出答案. 等比数列的通项公式： $a_n=a_1q^{n-1}$. 等比数列的前 n 项和公式： $\begin{cases} \text{当 } q=1 \text{ 时, } S_n=na_1, \\ \text{当 } q \neq 1 \text{ 时, } S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}. \end{cases}$	引导学生复习等比数列的知识，回忆上节课的数学建模思路，为本节课做铺垫.
新课	【例 2】 某种电子产品自投放市场以来，经过三次降价，单价由原来的 174 元降到 58 元，这种产品平均每次降价的百分率大约是多少（精确到 1%）？ 解： 设平均每次降价的百分率是 x ，则每次降价后的单价与降价	解应用题的关键是将实际问题转化为数学问题，建立数学模型.

前单价的比是$(1-x)$。这样，将原单价与每次降价后的单价依次排列，就组成一个等比数列，记为$\{a_n\}$，其中 $a_1=174, a_4=58, n=4, q=1-x.$ 由等比数列的通项公式，得 $58 = 174 \times (1-x)^{4-1},$ 整理，得 $(1-x)^3 = \frac{1}{3},$ $1-x = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \approx 0.693.$ 因此 $x \approx 1 - 0.693 \approx 31\%,$ 即这种电子产品平均每次降价的百分率大约是 31%. 注意： (1) 要准确判定数列类型； (2) 要分清已知量和所求量. 【例 3】 一对夫妇为了 5 年后能购买一辆车，准备每年到银行去存一笔钱。假设银行储蓄年利率为 5%，按复利计算，为了使 5 年后本利和共有 10 万元，则他们每年约需存多少钱（精确到 1 元）？ 解： 设他们每年存入 x 元，一年后的本利和为 $x(1+5\%),$ 两年后的本利和为 $x(1+5\%) + x(1+5\%)^2,$ $\dots\dots$ 5 年后的本利和为 $x(1+5\%) + x(1+5\%)^2 + \dots + x(1+5\%)^5.$ 依题意，列方程得 $x(1+5\%) + x(1+5\%)^2 + \dots + x(1+5\%)^5 = 100\,000.$ 根据等比数列的前 n 项和公式， 得 $1.05x \times \frac{1.05^5 - 1}{1.05 - 1} = 100\,000.$ 解此方程，得 $x \approx 17\,236.$	在构建数学模型的过程中，要求学生对数学知识具有检索能力，通过认定或构建相应的数学模型，完成从实际问题向数学问题的转化. 构建出数学模型后，要正确得到问题的解，还需要较扎实的基础知识和较强的数学运算能力. 解答数列综合题时，既要有坚实的基础知识，又要有良好的思维能力和分析、解决问题的能力. 解答应用性问题时，应充分利用观察、归纳、猜想的手段，建立有关等比数列模型，再综合其他相关知识来解决问题. 这些方法都有利于强化学生转化思想、方程思想的应用，提高数学能力. 通过练习，让学生熟悉
--	---

	所以，他们每年约需存入 17 236 元. 练习： 1. 一个工厂今年生产某种机器 1 080 台，计划到后年，把产量提高到每年生产 1 920 台，如果每一年比上一年增长的百分率相同，那这个百分率是多少（精确到 0.1%）？ 2. 某家庭打算用 10 年时间储蓄 20 万元购置一套商品房，为此每年需存入银行额数相同的专款，假设年利率为 4%，按复利计算，则每年需存入银行多少钱（精确到 1 元）？	解决数列实际问题的步骤，用数学建模的思想分析生活中的实际问题.
小结	引导学生小结. 等比数列知识在社会学、经济学等方面有着广泛的应用. 解决关于数列的实际问题的步骤是： 读题，确定数列类型→寻求已知量→确定所求量→利用公式列等式→解答→写出答案.	鼓励学生积极回答，培养学生的口头表达能力和归纳概括能力.
作业	教材第 62 页，习题第 8，11 题.	巩固拓展.