

1.2 倍角公式（第 1 课时）

【学情分析】

学生在前面学习了两角和与差的正、余弦及正切公式，因此可以对学生的知识体系进行顺应性的建构，引导学生思考当两个角相同时，公式是什么，有哪些变化. 从学科核心素养来看，学生具备一定的直观想象、逻辑推理、数学抽象素养. 由于学生基础较为薄弱，教学时需注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生的逻辑推理能力.

【教学目标】

- (1) 掌握二倍角的正弦、余弦、正切公式.
- (2) 应用上述公式进行简单的三角函数式的求值、化简.
- (3) 体会化归思想的作用.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是理解“二倍”的实质并会简单应用，教学难点是二倍角公式的推导、二倍角余弦的两种变形公式及应用.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
复习	我们已经学习了两角和与差的余弦、正弦、正切公式，现在请一位同学们回答一下和角公式的内容. $\cos(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sin(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\tan(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 计算三角函数值时，有些时候只用加或减不能满足要求. 对于角 α，我们要求它的二倍角（2α）的三角函数值，该如何求呢？今天我们就来学习二倍角的相关公式.	回顾之前学过的公式，为本节课的学习做铺垫.

【问题】在上面的和角公式中，若令 $\beta = \alpha$ ，会得到怎样的结果呢？

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \\ &= 2 \sin \alpha \cos \alpha.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha &= \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tan 2\alpha &= \tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} \\ &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}.\end{aligned}$$

整理，得

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad (S_{2\alpha})$$

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha, \quad (C_{2\alpha})\end{aligned}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}. \quad (T_{2\alpha})$$

【思考】(1) 公式中 α 有限制条件吗？

(2) 公式的顺用和逆用.

例 1 已知 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 求 $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\tan 2\alpha$ 的值.

解 因为 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 所以

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - (\frac{5}{13})^2} = -\frac{12}{13},$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{5}{13} \times (-\frac{12}{13}) = -\frac{120}{169},$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = (-\frac{12}{13})^2 - (\frac{5}{13})^2 = \frac{119}{169}.$$

$$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = -\frac{120}{169} \div \frac{119}{169} = -\frac{120}{119}.$$

教师通过演示公式的推导过程，让学生理解它们之间的联系.

有了前面的复习铺垫，通过问题引导和实例应用，使学生能够利用两角和的三角函数公式推导倍角公式，理解倍角公式就是两角和的三角函数公式的特例.

教师点拨思路，板书演示，学生思考解决问题的方法，整理、规范自己的

	练习 1. 求下列各式的精确值: (1) $2\sin 67^{\circ}30'\cos 67^{\circ}30'$; (2) $\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}$; (3) $2\cos^2\frac{\pi}{12}-1$; (4) $1-2\sin^275^{\circ}$. 2. 已知 $\sin \alpha=0.8$, 且 $\alpha \in (0, \pi)$, 求 $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$ 的值.	解 题 过 程. 要求学 生自己动 手, 把解 决问题的 主动权交 给学生, 充分显示 学生的主 体地位.
小结	引导学生小结. (1) 二倍角公式是和角公式的特例. $\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha$ $= 2\sin \alpha \cos \alpha .$ $\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha$ $= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha .$ $\tan 2\alpha = \tan(\alpha + \alpha) = \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha}$ $= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} .$ (2) 二倍角公式与和角、差角公式一样, 反映的都是如何用单角的三角函数值表示复角(和、差、倍)的三角函数值. 结合前面学习的同角三角函数关系式和诱导公式可以解决三角函数中的相关问题.	回 顾 学 习 的 过 程, 总结 本节课的 收获.