

### 1.1.2 两角和与差的正弦公式（第 2 课时）

【学情分析】

学生在初中初步学习了三角函数，前面的课程又进一步学习了三角函数的相关知识，因此可以对学生的知识体系进行顺应性的建构，由两角和与差的余弦公式和诱导公式推导出两角和与差的正弦公式. 从学科核心素养来看，学生具备一定的直观想象、逻辑推理和数学抽象素养. 由于三角函数是学生的薄弱环节，教学时需注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生的逻辑推理能力.

【教学目标】

- (1) 通过对两角和与差的正弦公式的推导，揭示两角和、差的三角函数与这两角的三角函数之间的运算规律.
- (2) 加深学生对数学公式推导、证明方法的理解，培养学生的运算能力和逻辑推理能力.
- (3) 培养学生的探索精神，提高学生发现问题和解决问题的能力.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点是两角和与差的正弦公式及其应用，教学难点是灵活应用所学公式进行化简、证明.

【教学过程】

| 教学环节 | 教学内容                                                                                                                                                                                                                                 | 设计意图          |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| 复习   | 复习上节课所学的两角和与差的正弦公式：<br>$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta \text{ (S}_{\alpha+\beta}\text{)}$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta \text{ (S}_{\alpha-\beta}\text{)}$ | 回忆两角和与差的正弦公式. |

新课

【公式巩固】

例2 已知 $\cos\beta = -\frac{4}{5}$ ,  $\beta \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ , 求 $\sin(\beta + \frac{\pi}{3})$ ,

$\sin(\frac{\pi}{4} - \beta)$ 的值.

【问题】同学们是否记得同角三角函数的基本关系式? 回顾这两组公式.

解: 因为 $\cos\beta = -\frac{4}{5}$ ,  $\beta \in (\pi, \frac{3\pi}{2})$ , 所以

$$\sin\beta = -\sqrt{1 - \cos^2\beta} = -\sqrt{1 - (-\frac{4}{5})^2} = -\frac{3}{5}.$$

$$\sin(\beta + \frac{\pi}{3}) = \sin\beta \cos\frac{\pi}{3} + \cos\beta \sin\frac{\pi}{3}$$

$$= (-\frac{3}{5}) \times \frac{1}{2} - \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3 + 4\sqrt{3}}{10}.$$

$$\sin(\frac{\pi}{4} - \beta) = \sin\frac{\pi}{4} \cos\beta - \cos\frac{\pi}{4} \sin\beta$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\frac{4}{5}) - \frac{\sqrt{2}}{2} \times (-\frac{3}{5}) = -\frac{\sqrt{2}}{10}.$$

练习2 化简:

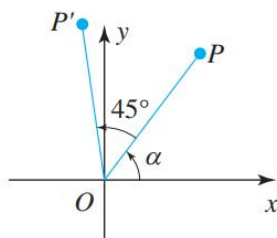
$$(1) \sin(\alpha + \beta) \cos\alpha - \cos(\alpha + \beta) \sin\alpha;$$

$$(2) \sin(\alpha - \beta) \cos\beta + \cos(\alpha - \beta) \sin\beta.$$

【公式巩固】

例3 如下图,

已知点 $P(3, 4)$ , 将点 $P$ 与原点的距离保持不变, 并绕原点旋转 $45^\circ$ 到 $P'$ 的位置, 求点 $P'$ 的坐标 $(x', y')$ .



解: 设 $\angle xOP = \alpha$ , 因为 $|OP| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ,

应用公式求  
值, 结合同角  
三角函数基本  
关系式等知  
识, 培养学生的  
探索精神.

应用数学知  
识, 结合任意  
角的三角函数  
求解, 培养学  
生的发散思维  
能力.

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                    |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
|    | <p>所以 <math>\cos \alpha = \frac{3}{5}</math>, <math>\sin \alpha = \frac{4}{5}</math>.</p> <p><math>x' = 5\cos(\alpha + 45^\circ) = 5(\cos \alpha \cos 45^\circ - \sin \alpha \sin 45^\circ)</math></p> <p><math>= 5 \times (\frac{3}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}</math> ;</p> <p><math>y' = 5\sin(\alpha + 45^\circ) = 5(\sin \alpha \cos 45^\circ + \cos \alpha \sin 45^\circ)</math></p> <p><math>= 5 \times (\frac{4}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{7\sqrt{2}}{2}</math> .</p> <p>所以P'的坐标为 <math>(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{7\sqrt{2}}{2})</math> .</p> |                    |
| 作业 | <p>必做题 教材第 8 页, 习题第 3, 4 题.</p> <p>选做题 教材第 8 页, 习题第 5 题.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 巩固新知.              |
| 小结 | <p>引导学生小结.</p> <p>(1) 本节课我们学习了两角和与差的正弦公式, 熟记这两个公式.</p> <p>(2) 在解题过程中要善于发现规律, 学会灵活应用.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 回顾学习的过程, 总结本节课的收获. |