1.1.1　两角和与差的余弦公式（第 1 课时）

【学情分析】

学生在前面的课程中，学习了三角函数，知道了特殊角的三角函数值、三角函数基本关系式、诱导公式，为本节课的学习打下一定的基础. 从学科核心素养来看，学生具备一定的逻辑推理和数学抽象素养，具备一定的推理能力和运算能力. 学生在三角函数的推理和运算方面能力比较薄弱，教学时需注意低起点、慢慢来、多示范、多练习，逐步提升学生的推理和运算能力. 本节课先从两角和的余弦公式入手，便于学生理解，为后续的差、倍、半角公式的学习打好基础.

【教学目标】

（1）会推导两角和的余弦公式，初步理解公式的结构并能简单应用.

（2）通过公式的推导及应用，培养学生类比推理的能力，理解化归思想在三角变换中的应用. 能用余弦的和角公式进行简单的三角函数式的化简、求值. 通过公式的推导，在培养学生三大能力的基础上，着重培养学生获得数学知识的能力和数学交流的能力.

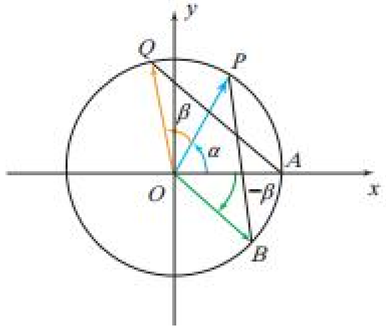
（3）通过观察、对比，引导学生体会公式的对称美，体验成功的喜悦. 通过教师的启发引导，培养学生不怕困难、勇于探索、勇于创新的求知精神.

【教学重点和难点】

本节课的教学重点和难点是两角和的余弦公式的推导及应用.

【教学过程】

教学环节	教学内容	设计意图
导入	本章导语中，要求同学们学完本章的内容之后，精确地算出 $\cos 75°$的值. 事实上，我们已经知道了 30°，45°的正弦、余弦值，请同学们思考，能否根据这些值来求 $\cos 75°$的值.	启发学生思考得到 $\cos75°=\cos(45°+30°)$，引出本节课的学习任务.

<table>
<tr>
<td>新课</td>
<td>【问题】
一般地，怎样根据α和β的三角函数值求出 cos（$\alpha+\beta$）的值？


我们首先研究角α和β均为锐角的情况．如上图所示，以坐标原点为中心作单位圆，并设单位圆与 x 轴的正半轴交于点 $A(1，0)$，以 Ox 为始边作角α，$\alpha+\beta$，$-\beta$，设它们的终边分别与单位圆相交于点 P，Q，B.
则点 P，Q，B 的坐标可分别表示为
P（cosα，sin α），
Q（cos（$\alpha+\beta$），sin（$\alpha+\beta$）），
B（cos（$-\beta$），sin（$-\beta$））.
容易证得△QOA≌△POB，则 $|QA|=|PB|$，即
$\sqrt{[\cos(\alpha+\beta)-1]^2+\sin^2(\alpha+\beta)}$
$=\sqrt{[\cos\alpha-\cos(-\beta)]^2+[\sin\alpha-\sin(-\beta)]^2}$，
两边平方，得 $2-2\cos(\alpha+\beta)$
$=2-2\cos\alpha\cos\beta+2\sin\alpha\sin\beta$，
化简，得
$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$.　　（$C_{\alpha+\beta}$）
例 1　求 cos105°的精确值．
解　$\cos 105°=\cos(60°+45°)$
$=\cos 60°\cos 45°-\sin 60°\sin 45°$
$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$.
练习 1　求下列各式的精确值：</td>
<td>通过单位圆，将圆上点的坐标用α，$\alpha+\beta$，$-\beta$的三角函数值表示，为推导两角和的余弦公式提供形象直观的辅助．
通过构造相似三角形，利用平面内两点间的距离公式推导出两角和的余弦公式，数形结合有助于学生理解并更好地掌握公式的推导方法．
通过例题让学生熟悉公式．</td>
</tr>
</table>

	（1）$\cos 75°$； （2）$\cos 20°\cos 25°-\sin 20°\sin 25°$； （3）$\cos 22.5°\cos 22.5°-\sin 22.5°\sin 22.5°$； （4）$\cos^2 15°-\sin^2 15°$． **例 2**　已知 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，且$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，求 $\cos(\frac{\pi}{6}+\alpha)$的值． **解**　因为 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，且$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，所以 $\sin\alpha=\sqrt{1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{3}{5}$. $\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=\cos\frac{\pi}{6}\cos\alpha-\sin\frac{\pi}{6}\sin\alpha$ $=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(-\frac{4}{5}\right)-\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$ $=-\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$. 练习 2　已知 $\sin\alpha=\frac{2}{3}$，$\alpha\in(\frac{\pi}{2}，\pi)$，求 $\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)$的值． 练习 3　利用公式 $C_{\alpha+\beta}$证明： （1）$\cos（\alpha+\frac{\pi}{2}）=-\sin\alpha$； （2）$\cos（\alpha+\pi）=-\cos\alpha$．	巩固练习． 结合三角函数基本关系式、诱导公式，帮助学生掌握两角和的余弦公式的应用，提高学生解决相关数学问题的能力． 巩固练习．
小结	引导学生小结． 两角和的余弦公式： $\cos（\alpha+\beta）=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$.　　（$C_{\alpha+\beta}$）	回顾学习的过程，总结本节课的收获．