

6.1.2 平面直角坐标系中的距离公式与中点公式

【教学目标】

- 1. 了解平面直角坐标系中的距离公式和中点公式的推导过程.
- 2. 掌握平面直角坐标系中的距离公式和中点公式，并能熟练应用这两个公式解决有关问题.
- 3. 勇于发现、勇于探索，提升逻辑推理和数学运算的核心素养.

【教学重点】

平面直角坐标系中的距离公式、中点公式.

【教学难点】

平面直角坐标系中的距离公式与中点公式的应用.

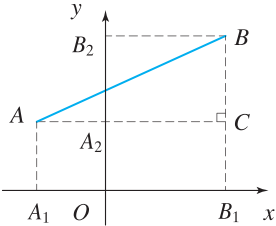
【教学方法】

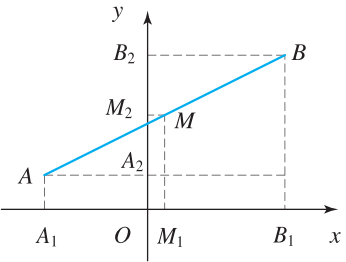
本节课主要采用直观教学法，类比数轴上的距离公式和中点公式，运用转化的数学思想，将平面（二维）上的数量关系转化为数轴（一维）上的数量关系.

【教学过程】

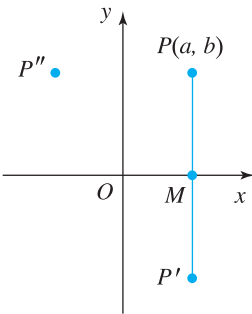
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	1. 在数轴上，如果 $A(x_1)$, $B(x_2)$，则这两点间的距离如何表示？ $ AB = x_2 - x_1 .$ 2. 在数轴上，已知 $A(x_1)$, $B(x_2)$，则线段 AB 的中点坐标 x 满足的关系式是什么？ $x = \frac{x_1 + x_2}{2}.$	教师提问，学生回答.	复习上一节的内容，为学习本节内容做铺垫.
新课	1. 距离公式 探究 1 如图 1 所示，设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$.	教师引导学生根据已有的知识探究问题： (1) A_1, B_1, A_2, B_2 的坐标分别是多少？	将探究平面直角坐标系中两点间的距离公式

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 1 过 A, B 分别向 x 轴、y 轴作垂线 AA_1, AA_2 和 BB_1, BB_2, 垂足分别为 A_1, A_2, B_1, B_2, 其中直线 BB_1 和 AA_2 相交于点 C. 两点间的距离公式 $ AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$ 探究 2 求两点间的距离的计算步骤: S1 给两点的坐标赋值 $x_1 = ?, y_1 = ?, x_2 = ?, y_2 = ?$ S2 计算两个坐标的差, 并赋值给另外两个变量, 即 $d_x = x_2 - x_1, d_y = y_2 - y_1;$ S3 计算 $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2}$; S4 给出两点间的距离 d. 例 1 已知 $A(2, -4), B(-2, 3)$, 求 AB. 解 因为 $x_1 = 2, x_2 = -2, y_1 = -4, y_2 = 3$, 所以 $d_x = x_2 - x_1 = -2 - 2 = -4,$ $d_y = y_2 - y_1 = 3 - (-4) = 7.$	(2) AC 与 A_1B_1 的关系如何? 如何求 A_1B_1? (3) BC 等于多少? (4) 在直角三角形 ABC 中, 如何求 AB? (5) 你能表示出 AB 吗? 教师在学生探究的基础上, 给出平面直角坐标系中两点间的距离公式, 并引导学生记忆. 教师提问: 你能说出求平面上两点间距离的步骤吗? 教师引导学生探究得到求平面直角坐标系中两点间距离的步骤. 教师引导学生结合求平面直角坐标系中两点间距离的步骤解答.	问题细化为 5 个小问题, 层层递进, 降低了问题的难度, 从而有利于学生解答. 引导学生总结步骤, 进一步明确两点间距离的求解思路. 进一步深化对公式的理解与掌握. 通过例题的解答, 引导学生明确求两点间距离的步骤.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	因此 $\begin{aligned} AB &= \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + 7^2} \\ &= \sqrt{65}.\end{aligned}$ 练习 1 求两点之间的距离： (1) $A(6, 2), B(-2, 5)$; (2) $C(2, -4), D(7, 2)$. 2. 中点公式 探究 3 如图 2 所示，若已知 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$，那么怎么求它们的对称中心的坐标？  图 2 设 $M(x, y)$ 是 A, B 的对称中心，即线段 AB 的中点. 过 A, B, M 分别向 x 轴、y 轴作垂线 $AA_1, AA_2, BB_1, BB_2, MM_1, MM_2$，垂足分别是 $A_1, A_2, B_1, B_2, M_1, M_2$. 在平面直角坐标系中，线段 AB 的中点 $M(x, y)$ 的坐标满足 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$	学生练习，教师适当指导. 教师提出要探究的问题，学生解答以下问题： (1) 你能说出垂足 A_1, A_2, B_1, B_2 的坐标吗？ (2) M_1 是线段 A_1B_1 的中点吗？它们的坐标有怎样的关系？ (3) M_2 是线段 A_2B_2 的中点吗？它们的坐标有怎样的关系？ (4) 你能写出点 M 的坐标吗？ 教师给出结论，并引导学生理解、掌握.	检验学生对公式的掌握情况. 将探究平面直角坐标系中的中点公式问题细化为 4 个小问题，降低难度，学生容易在解答过程中总结出公式.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 2 求证：平面直角坐标系中，点 $P(x, y)$ 与点 $P'(-x, -y)$ 关于坐标原点成中心对称. 证明 设 P 与 P' 的对称中心为 (x_0, y_0)，则 $x_0 = \frac{x + (-x)}{2} = 0,$ $y_0 = \frac{y + (-y)}{2} = 0.$ 所以坐标原点为 P 与 P' 的对称中心. 练习 2 求下列各点关于坐标原点的对称点的坐标： $A(2, 3)$, $B(-3, 5)$, $C(-2, -4)$, $D(3, -5)$. 例 3 已知坐标平面内的任意一点 $P(a, b)$，分别求它关于 x 轴的对称点 P'、关于 y 轴的对称点 P'' 的坐标.  图 3 解 点 P 关于 x 轴的对称点 P' 的坐标为 $(a, -b)$，关于 y 轴的对称点 P'' 的坐标为 $(-a, b)$.	教师提问：例 2 中，点 P 与 P' 的对称中心是线段 PP' 的中点吗？对称中心的坐标怎么求？ 教师向学生强调例 2 的结论很重要. 学生抢答，教师点评. 教师提问：如图 3 所示， (1) 如果点 P 与 P' 关于 x 轴对称，PP' 与 x 轴垂直吗？P' 的横坐标是多少？ (2) PP' 与 x 轴的交点 M 是线段 PP' 的中点吗？M 的纵坐标是多少？ (3) 你能求出 P' 的纵坐标吗？怎么求的？ (4) 由以上分析，P' 的坐标是多少？ (5) 类似地，你能求出 P'' 的坐标吗？ 教师在学生探究的基础上进行总结.	将问题化归为求线段 PP' 的中点坐标问题. 检验学生对例 2 中结论的应用情况. 培养学生由已知到未知的探究能力.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习3 求下列点关于 x 轴和 y 轴的对称点的坐标： $A(2, 3)$, $B(-3, 5)$, $C(-2, -4)$, $D(3, -5)$. 例4 已知平行四边形 $ABCD$ 的三个顶点 $A(-3, 0)$, $B(2, -2)$, $C(5, 2)$, 求顶点 D 的坐标. 解 因为平行四边形的两条对角线的中点相同, 所以它们的坐标也相同. 设点 D 的坐标为 (x, y), 则 $\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1, \\ \frac{y-2}{2} = \frac{0+2}{2} = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=4. \end{cases}$ 所以顶点 D 的坐标为 $(0, 4)$. 练习4 已知平行四边形 $ABCD$ 的三个顶点 $A(0, 0)$, $B(2, -4)$, $C(6, 2)$, 求顶点 D 的坐标.	学生抢答, 教师点评. 教师引导学生解答, 强调 AC 的中点与 BD 的中点是重合的. 教师规范解题步骤. 学生练习, 教师指导.	检验学生对类似例3问题的掌握情况. 利用中点公式解决实际问题, 进一步强化学生对公式的理解和掌握. 巩固所学内容.
小结	1. 平面直角坐标系中两点间的距离公式. 2. 平面直角坐标系中的中点公式. 3. 点的对称.	教师引导学生回顾、总结本节所学内容.	概括本节课的重要知识, 便于学生理解、记忆.
作业	必做题: 本节练习A组第1~2题. 选做题: 本节练习B组第3题.	学生课后完成.	针对学生实际, 分层布置作业.