

6.2.2 直线的倾斜角和斜率

【教学目标】

- 1. 理解直线的倾斜角与斜率的概念，知道直线的倾斜角的范围.
- 2. 掌握过两点的直线的斜率公式，了解倾斜角与斜率之间的关系.
- 3. 体会用代数方法解决几何问题的优点，以及代数与几何结合的数学魅力，提升直观想象的核心素养.

【教学重点】

直线的倾斜角和斜率.

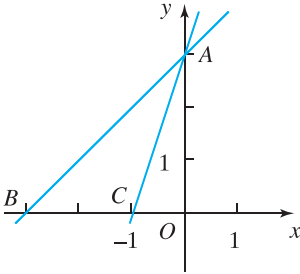
【教学难点】

直线的斜率.

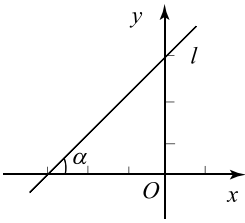
【教学方法】

本节课主要采用启发式和讲练结合的方法，运用分类讨论的数学思想，探究斜率对直线方程的影响.

【教学过程】

| 教学环节 | 教学内容                                                                                                                                                                                                                | 师生互动                                                                                                       | 设计意图                                               |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| 引入   | <div>1. 由一点能确定一条直线吗?</div> <div>2. 观察并回答问题:</div> <div></div> <div>图 1</div> <div>在图 1 中，直线 AB，AC 都经过哪一点？它们相对 x 轴的倾斜程度相同吗？</div> | <div>教师提出问题，学生讨论后回答.</div> <div>教师指出：从图 1 中可以看出，直线 AC 比直线 AB 更“陡”一些. 在数学中，我们用倾斜角和斜率来衡量直线相对 x 轴的倾斜程度.</div> | <div>引入本节课课题.</div> <div>由直观图形引入问题，激发学生学习兴趣.</div> |

续表

| 教学环节 | 教学内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 师生互动                                                                                                                           | 设计意图                                                |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 新课   | <p><b>1. 直线倾斜角的定义</b></p> <p>一般地，在平面直角坐标系中，直线向上的方向与 <math>x</math> 轴正方向所成的最小正角 <math>\alpha</math> 称为这条直线的倾斜角.</p>  <p>图 2</p>                                                                                                           | <p>教师强调定义中的三个关键点：</p> <p>(1) 直线向上的方向；</p> <p>(2) <math>x</math> 轴的正方向；</p> <p>(3) 最小的正角.</p> <p>学生结合图 2 理解倾斜角的概念.</p>          | <p>引导学生明确直线倾斜角的定义.</p>                              |
|      | <p>特别地，当直线与 <math>y</math> 轴垂直时，规定这条直线的倾斜角为 <math>0^\circ</math>.</p> <p><b>2. 倾斜角的范围</b></p> $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ.$                                                                                                                                                                                          | <p>教师强调与 <math>y</math> 轴垂直的直线（包括 <math>x</math> 轴）的倾斜角为 <math>0^\circ</math>.</p>                                             |                                                     |
|      | <p><b>3. 直线斜率的定义</b></p> <p>倾斜角不是 <math>90^\circ</math> 的直线，它的倾斜角 <math>\alpha</math> 的正切值称为这条直线的斜率，通常用 <math>k</math> 表示，即</p> $k = \tan \alpha.$                                                                                                                                                                        | <p>教师强调倾斜角是 <math>90^\circ</math> 的直线的斜率不存在. 应当使学生明确所有的直线都有倾斜角，但与 <math>x</math> 轴垂直的直线的斜率不存在.</p>                             | <p>明确倾斜角与斜率的关系.</p>                                 |
|      | <p><b>练习 1</b> 已知直线的倾斜角，求对应的斜率 <math>k</math>：</p> <p>(1) <math>\alpha = 0^\circ</math>；      (2) <math>\alpha = 30^\circ</math>；</p> <p>(3) <math>\alpha = 135^\circ</math>；    (4) <math>\alpha = 120^\circ</math>.</p> <p><b>探究 1</b> (1) 由不同的两点 <math>P_1(x_1, y_1)</math> 和 <math>P_2(x_2, y_2)</math> 能否确定一条直线？</p> | <p>学生练习，教师点评.</p> <p>教师指明：当倾斜角是锐角时，斜率 <math>k</math> 为正值；当倾斜角是钝角时，斜率 <math>k</math> 为负值.</p> <p>教师给出探究问题，学生分组讨论并尝试回答，教师点评.</p> | <p>使学生通过练习感悟倾斜角的变化对斜率的影响.</p> <p>通过小组合作探究，使学生明确</p> |

续表

| 教学环节 | 教学内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 师生互动                                                                                                                                                                                                                | 设计意图                                                                                                                                                                              |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 新课   | <p>(2) 由 <math>P_1</math> 和 <math>P_2</math> 所确定的直线, 它的倾斜角是确定的吗?</p> <p>(3) 如果上述 (2) 中直线的倾斜角不等于 <math>90^\circ</math>, 则该直线的斜率是确定的吗?</p> <p><b>探究 2</b> 设 <math>P_1(x_1, y_1)</math> 和 <math>P_2(x_2, y_2)</math>:</p> <p>(1) 当 <math>x_1 = x_2</math> 时, 直线 <math>P_1P_2</math> 与 <math>x</math> 轴有什么关系? 直线的倾斜角是多少? 斜率存在吗?</p> <p>(2) 当 <math>y_1 = y_2</math> 时, 直线 <math>P_1P_2</math> 与 <math>y</math> 轴有什么关系? 直线的倾斜角是多少? 斜率存在吗? 是多少?</p> <p>(3) 当 <math>x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2</math> 时, 直线的倾斜角存在吗? 斜率存在吗?</p> <p><b>4. 斜率的计算</b></p> <p>一般地, 若 <math>x_1 \neq x_2</math>, 则过点 <math>P_1(x_1, y_1)</math> 和 <math>P_2(x_2, y_2)</math> 的直线的斜率为</p> $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$ <p><b>例</b> 判断直线 <math>P_1P_2</math> 的斜率是否存在. 若存在, 求出它的值:</p> <p>(1) <math>P_1(3, 4), P_2(-2, 4)</math>;</p> | <p>教师提出问题, 学生作出图形并回答.</p> <p>教师根据学生回答情况给予点评.</p> <p>学生在回答 (3) 后, 教师提问: 此时斜率怎么求呢? 从而引出根据两点坐标计算斜率的公式.</p> <p>教师向学生强调 <math>x_1 \neq x_2</math>.</p> <p>教师引导学生解答 (1) (3), 进一步强调公式中 <math>x_1 \neq x_2</math> 这一条件.</p> | <p>由两点可以确定一条直线, 并且该直线相应的倾斜角和斜率 (如果存在) 也相应确定.</p> <p>通过探究问题, 使学生了解 <math>P_1, P_2</math> 的坐标与直线 <math>P_1P_2</math> 的斜率以及倾斜角之间的关系.</p> <p>给出由两点坐标计算斜率的公式.</p> <p>强化学生对斜率公式的掌握.</p> |

续表

| 教学环节 | 教学内容                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 师生互动                     | 设计意图                     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 新课   | <p>(2) <math>P_1(-2, 0), P_2(-5, 3)</math>;</p> <p>(3) <math>P_1(3, 8), P_2(3, 5)</math>.</p> <p><b>解</b> (1) 因为 <math>P_1, P_2</math> 的横坐标不同, 所以直线 <math>P_1P_2</math> 的斜率存在, 而且斜率为</p> $k = \frac{4-4}{-2-3} = 0;$ <p>(2) 因为 <math>P_1, P_2</math> 的横坐标不同, 所以直线 <math>P_1P_2</math> 的斜率存在, 而且斜率为</p> $k = \frac{3-0}{-5-(-2)} = -1;$ <p>(3) 因为 <math>P_1, P_2</math> 的横坐标相同, 所以直线 <math>P_1P_2</math> 的斜率不存在.</p> <p><b>练习 2</b> 判断直线 <math>P_1P_2</math> 的斜率是否存在. 若存在, 求出它的值:</p> <p>(1) <math>P_1(1, -1), P_2(-3, 2)</math>;</p> <p>(2) <math>P_1(3, 4), P_2(3, 2)</math>.</p> | 学生独立完成第 (2) 题, 教师检查完成情况. | 强化训练.                    |
| 小结   | <p>1. 直线倾斜角的定义和范围.</p> <p>2. 直线的斜率:</p> $k = \tan \alpha \quad (\alpha \neq 90^\circ)$ $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2).$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 教师引导学生共同回顾本节所学的知识.       | 总结本节内容.                  |
| 作业   | <p>必做题: 本节练习 A 组题目.</p> <p>选做题: 本节练习 B 组第 1 题.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 学生标记作业.                  | 针对学生实际情况, 对课后书面作业实施分层设置. |