

6.2.4 直线与直线的位置关系（一）

【教学目标】

- 1. 掌握求两条相交直线的交点坐标的方法.
- 2. 理解两条直线平行的条件；掌握两条直线平行的判定方法.
- 3. 体会用代数方法研究几何图形性质的思想，提升直观想象与逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

两条直线平行或相交的条件.

【教学难点】

求两条相交直线的交点.

【教学方法】

本节课主要采用讲练结合、小组合作探究的方法.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	1. 回答下列问题： （1）直线 $y=2x+1$ 的斜率是____，在 y 轴上的截距是____； （2）直线 $y=2$ 的斜率是____，在 y 轴上的截距是____； （3）直线 $x=2$ 的斜率____，在 y 轴上的截距是____.	教师提问，学生抢答.	回顾以前所学的知识，为引入新课做准备.
	2. 在平面内，两条直线要么平行，要么相交，要么重合. 那么，给定平面直角坐标系中的两条直线，能否借助方程来判断它们的位置关系？	教师提问，学生思考.	

续表

教学 环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	1. 两条相交直线的交点 (1) 假设两条直线的斜率存在, 则两条直线的方程可分别设为 $l_1: y = k_1x + b_1,$ $l_2: y = k_2x + b_2.$ 如果一个点是 l_1 与 l_2 的交点, 那么它的坐标必满足方程组 $\begin{cases} y = k_1x + b_1, \\ y = k_2x + b_2. \end{cases}$ (2) 方程组 $\begin{cases} y = k_1x + b_1, \\ y = k_2x + b_2 \end{cases}$ 有一组解 $\Leftrightarrow$ 两条直线有一个公共点 $\Leftrightarrow$ 直线 l_1 与 l_2 相交; 方程组 $\begin{cases} y = k_1x + b_1, \\ y = k_2x + b_2 \end{cases}$ 有无数组解 $\Leftrightarrow$ 两条直线有无数个公共点 $\Leftrightarrow$ 直线 l_1 与 l_2 重合; 方程组 $\begin{cases} y = k_1x + b_1, \\ y = k_2x + b_2 \end{cases}$ 无解 $\Leftrightarrow$ 两条直线没有公共点 $\Leftrightarrow$ 直线 l_1 与 l_2 平行.	教师指出: 如果两条直线相交, 因为交点同时在这两条直线上, 所以交点的坐标一定是这两个方程的公共解; 反之, 如果这两个二元一次方程只有一个公共解, 那么以这个解为坐标的点必是直线 l_1 与 l_2 的交点.	使学生理解两条直线的三种位置关系 (平行、相交、重合) 与相应的直线方程所组成的二元一次方程组的解 (无解、有唯一解、有无数个解) 的关系.
	2. 判断两条直线的位置关系 将方程组 $\begin{cases} y = k_1x + b_1, \\ y = k_2x + b_2 \end{cases} \quad ①$ 中两式相减, 整理得 $(k_1 - k_2)x = -(b_1 - b_2). \quad ②$	教师提出问题: (1) 当 $k_1 \neq k_2$ 时, 方程②有多少个解? 方程组①有多少个解? l_1 与 l_2 有几个交点? l_1 与 l_2 是什么位置关系?	通过讨论, 将两条直线的位置关系问题化归为与两条直线的斜率有关的问题.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	结论： 如果 $l_1: y = k_1x + b_1$, $l_2: y = k_2x + b_2$, 则： l_1 与 l_2 相交$\Leftrightarrow k_1 \neq k_2$; l_1 与 l_2 平行$\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$; l_1 与 l_2 重合$\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$.	(2) 当 $k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$ 时, 方程②有多少个解? 方程组①有多少个解? l_1 与 l_2 有几个交点? l_1 与 l_2 是什么位置关系? (3) 当 $k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$ 时, 方程②有多少个解? 方程组①有多少个解? l_1 与 l_2 有几个交点? l_1 与 l_2 是什么位置关系? 学生分组讨论, 教师在学生充分讨论的基础上, 请部分学生回答, 其他同学可以补充. 师生共同总结两条直线位置关系的判断方法.	培养学生的归纳能力.
	如果直线 l_1 与 l_2 的斜率都不存在, 直线 l_1 的方程为 $x = x_1$, 直线 l_2 的方程为 $x = x_2$: 当 $x_1 = x_2$ 时, 直线 l_1 与 l_2 重合; 当 $x_1 \neq x_2$, 直线 l_1 与 l_2 平行. 如果一条直线的斜率存在, 另一条直线的斜率不存在, 则这两条直线相交.	教师提出问题: 如果两条直线的斜率不都存在, 怎样判断它们的位置关系? 学生小组讨论, 教师进行点评.	

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 1 判断下列各对直线的位置关系（相交、平行或重合），如果相交，求出交点： (1) $l_1: y=3x+4, l_2: y=3x-4$; (2) $l_1: y=-3, l_2: y=1$; (3) $l_1: y=-3x+4, l_2: y=x-8$. 解 (1) 因为两直线的斜率都为 3，而截距不相等，所以直线 l_1 与 l_2 平行； (2) 因为两直线的斜率都为 0，而截距不相等，所以直线 l_1 与 l_2 平行； (3) 因为两直线的斜率不相等，所以直线 l_1 与 l_2 相交. 由方程组 $\begin{cases} y=-3x+4, \\ y=x-8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=-5. \end{cases}$ 因此，直线 l_1 与 l_2 的交点为 (3, -5).	教师引导学生解答. 教师演示解方程组的具体过程.	带领学生复习解二元一次方程组的方法.
	例 2 判断下列各对直线的位置关系（相交、平行或重合），如果相交，求出交点： (1) $l_1: x-1=0, l_2: y+4=0$; (2) $l_1: x-y-3=0, l_2: x+y+1=0$; (3) $l_1: x-2y+3=0, l_2: 2x-4y+6=0$.	教师提出问题：如果已知两直线的一般式方程，如何来判断它们的位置关系？ 教师出示例 2，学生尝试作答.	

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	解 (1) 由方程组 $\begin{cases} x-1=0, \\ y+4=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=-4. \end{cases}$ 因此, 直线 l_1 与 l_2 相交, 且交点为 $(1, -4)$. (2) 由方程组 $\begin{cases} x-y-3=0, \\ x+y+1=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=-2. \end{cases}$ 因此, 直线 l_1 与 l_2 相交, 且交点为 $(1, -2)$. (3) 由方程组 $\begin{cases} x-2y+3=0, \\ 2x-4y+6=0 \end{cases}$ 的第二式减第一式的 2 倍得 $0=0$, 所以上述方程组有无穷多组解, 即直线 l_1 与 l_2 有无穷多个交点. 因此, 直线 l_1 与 l_2 重合. 练习 判断下列各对直线的位置关系 (相交、平行或重合), 如果相交, 求出交点: (1) $y=2x+3, y=-2x+1$; (2) $3x-4=0, x=2$; (3) $2x-y+1=0, x-2y+1=0$.	教师提出: 如何解问题 (2) 对应的这个方程组? 学生回答, 教师点评. 讲解完例 2 后, 教师引导学生总结已知两直线的一般式方程, 判断它们位置关系的方法. 学生练习, 教师适当进行指导.	强化训练, 加深学生对本节内容的理解.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1. 方程组$\begin{cases} y=k_1x+b_1, \\ y=k_2x+b_2 \end{cases}$的解的情况与两直线位置关系的联系. 2. 如果 $l_1: y = k_1x + b_1$, $l_2: y = k_2x + b_2$, 则: l_1 与 l_2 相交$\Leftrightarrow k_1 \neq k_2$; l_1 与 l_2 平行$\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$; l_1 与 l_2 重合$\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$.	师生共同回顾本节所学的内容.	总结本节内容.
作业	必做题: 教材第 24~25 页练习 A 组第 1 (2) (4) 题, 第 2 (2) 题. 选做题: 教材第 25 页练习 B 组所有题目.	学生标记作业.	针对学生实际, 对课后书面作业实施分层设置.