

6.3.1 圆的标准方程

【教学目标】

- 1. 了解圆的定义，掌握圆的标准方程，并能根据圆的标准方程写出圆心坐标和半径.
- 2. 会根据已知条件求圆的标准方程.
- 3. 提高数形结合能力和问题解决能力，发展直观想象、逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

圆的标准方程，根据已知条件求圆的标准方程.

【教学难点】

圆的标准方程的推导.

【教学方法】

本节课主要采用讲练结合的方法. 在复习圆的定义的基础上，推导圆的标准方程，并通过例题，介绍圆的标准方程的应用.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	1. 以钟表、轮胎等生活中的常见物体引入圆.	教师指出：圆是我们生活中经常遇到的曲线，这节课我们就来学习圆的标准方程.	使学生明确学习内容.
	2. 圆的定义 平面内到一定点的距离等于定长的点的轨迹称为圆，其中定点是圆心，定长是半径.	教师引导学生复习圆的定义.	引导学生回顾圆的定义，明确要确定一个圆需要知道该圆的圆心和半径.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	问题 如何求以 $C(a, b)$ 为圆心, 以 r 为半径的圆的方程? 设 $M(x, y)$ 是所求圆上任一点, 点 M 在圆 C 上的充要条件是 $ CM = r. \quad \text{①}$ 由两点间的距离公式, ①式换用坐标表示, 得 $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = r,$ 两边平方, 得 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2.$	教师提问: 设 $M(x, y)$ 是圆上任意一点, 点 M 在圆上的充要条件是什么? 学生回答, 教师点评. 教师引导: 你能把 $CM = r$ 用点的坐标表示出来吗? 学生尝试完成. 教师提问: 把得到的方程两边平方后, 化简得到的方程是怎样的? 学生作答. 师生共同总结: 方程 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 就是以 $C(a, b)$ 为圆心, 以 r 为半径的圆的方程, 称为圆的标准方程. 学生口答, 教师点评.	紧扣圆的定义推导圆的方程. 使学生明确圆的标准方程的形式. 强化训练.
	练习 1 说出下列圆的方程: (1) 以 $C(1, -2)$ 为圆心, 半径为 3 的圆的方程; (2) 以原点为圆心, 半径为 3 的圆的方程.	学生口答, 教师点评.	
	练习 2 说出下列圆的圆心及半径:	学生口答, 教师点评.	

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(1) $x^2+y^2=1$; (2) $(x-3)^2+(y+2)^2=16$; (3) $(x+1)^2+(y+1)^2=2$; (4) $(x-1)^2+(y-1)^2=4$. 例 1 求过点 $A(6, 0)$, 且圆心 B 的坐标为 $(3, 2)$ 的圆的方程. 解 因为所求圆的半径 $r = AB $ $= \sqrt{(3-6)^2+(2-0)^2} = \sqrt{13},$ 所以所求圆的方程是 $(x-3)^2+(y-2)^2=13.$	教师提问: 求一个圆的标准方程需要知道哪几个量? 本例中, 哪些量是已知的? 需要我们求什么? 怎么求? 学生回答, 教师予以点评后由学生完成求解过程.	引导学生明确求解的思路.
	例 2 求以直线 $x-y+1=0$ 和 $x+y-1=0$ 的交点为圆心, 半径为 $\sqrt{3}$ 的圆的方程. 解 由方程组 $\begin{cases} x-y+1=0, \\ x+y-1=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=1. \end{cases}$ 即所求圆的圆心坐标为 $(0, 1)$, 又因为圆的半径为 $\sqrt{3}$, 所以所求圆的方程为 $x^2+(y-1)^2=3.$	教师提问: 本例中半径是已知的, 需要我们先求出圆心, 也就是两条直线的交点, 怎么求? 学生回答并求解例 2.	进一步明确确定圆的标准方程所需的条件.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习3 (1) 求过点 $A(3, 0)$, 且圆心 B 的坐标为 $(1, -2)$ 的圆的方程; (2) 求以直线 $x-y=0$ 和 $x+y=1$ 的交点为圆心, 半径为 2 的圆的方程.	学生练习, 教师指导.	强化训练.
小结	1. 以 $C(a, b)$ 为圆心, 以 r 为半径的圆的标准方程是 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2.$ 2. 确定一个圆的标准方程的条件是: 圆心坐标和半径.	学生在教师的引导下回顾本节主要内容.	简洁明了地概括本节课的重要知识, 便于学生理解、记忆.
作业	必做题: 本节练习 A 组第 2 题. 选做题: 本节练习 B 组第 1 题.	学生标记作业.	针对学生实际, 对课后书面作业实施分层设置.