

6.5 直线与圆的方程的应用

【教学目标】

- 1. 初步掌握用直线方程和圆的方程解决实际问题的方法.
- 2. 认识数学与人类生活的密切联系, 增强应用所学数学知识解决实际问题的意识, 提升数学建模的核心素养.

【教学重点】

直线和圆的方程在解决实际问题中的应用.

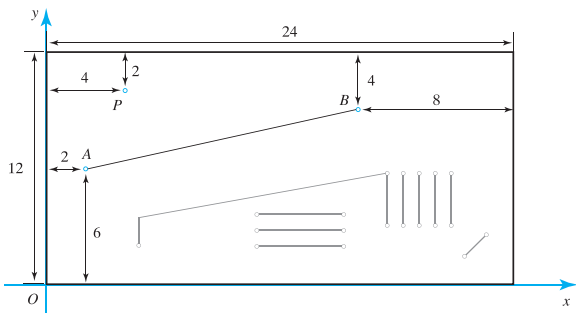
【教学难点】

根据实际问题中的数量关系列出直线和圆的方程.

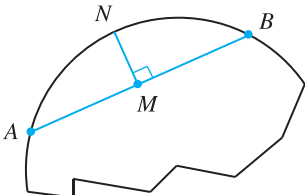
【教学方法】

本节课主要采用讲练结合的方法.

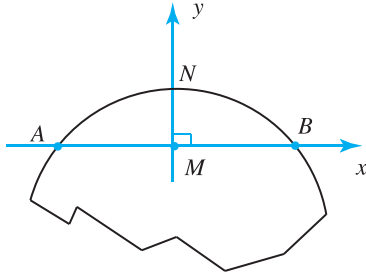
【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
引入	问题: 1. 点到直线的距离公式是什么? 2. 已知圆上不共线的三点, 如何求圆的方程?	学生回答问题, 教师点评.	复习所学知识, 为本节课的内容做准备.
新课	例 1 在一次设计电路板的实验中, 张明设计的电路板如图 1 所示 (单位: cm), 现在张明要从点 P 连一条线到线段 AB 上, 他想知道这条线的最短长度, 你能替他计算出来吗 (精确到 0.01 cm)?  图 1		直线方程的应用.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	解 不难看出,点 P 到直线 AB 的距离就是张明想知道的最短长度,所以可以利用点到直线的距离公式来解. 以这块电路板的左下角为原点,建立平面直角坐标系(图 1),由图中尺寸可知 $A(2,6), B(16,8), P(4,10),$ 因此直线 AB 的斜率 $k=\frac{8-6}{16-2}=\frac{1}{7},$ 所以直线 AB 的方程为 $y-6=\frac{1}{7}(x-2),$ 即 $x-7y+40=0$. 从而可知点 P 到直线 AB 的距离为 $\frac{ 4-7\times 10+40 }{\sqrt{1^2+(-7)^2}}=\frac{26}{\sqrt{50}}\approx 3.68,$ 所以张明想知道的那条线的最短长度约为 3.68 cm. 例 2 某次生产中,一个圆形的零件损坏了,只剩下了如图 2 所示的一部分.为了获得这个圆形零件的圆心位置和半径,陈阳在零件上画了一条线段 AB(图 2),并作出了 AB 的垂直平分线 MN 交 AB 于 M,交 $\widehat{AB}$ 于 N,而且测得 AB 的长为 8 cm, MN 的长为 2 cm.根据已有数据,试帮陈阳完成任务.	教师引导学生建立平面直角坐标系. 教师提问:在所建立的平面直角坐标系中, A, B, P 三点的坐标各是什么?如何求直线 AB 的方程? 学生回答.	建立平面直角坐标系,将实际问题转化为数学问题来求解.
		师生共同阅读题目,讨论题目条件.	引导学生建立解题的思路.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	解 以 AB 的中点 M 为原点, 建立如图 3 所示的平面直角坐标系, 由已知有  图 3 $A(-4, 0), B(4, 0), N(0, 2)$. 设过 A, B, N 的圆的方程为 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0,$ 代入 A, B, N 的坐标, 可得 $\begin{cases} 16 - 4D + F = 0, \\ 16 + 4D + F = 0, \\ 4 + 2E + F = 0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} D = 0, \\ E = 6, \\ F = -16. \end{cases}$ 因此所求的圆的方程为 $x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$, 化为标准方程是 $x^2 + (y + 3)^2 = 5^2.$ 所以这个零件的圆心位于 NM 的延长线上、距离点 M 3 cm 的位置, 半径为 5 cm.	教师引导学生建立平面直角坐标系. 教师提问: 建立如图 3 所示的平面直角坐标系后, 点 A, B, N 三点的坐标各是多少? 学生回答. 教师提问: 你会解这个方程组吗? 学生说出方法, 并独立求解. 教师引导学生将圆的一般方程转化为标准方程, 得到圆心和半径.	将实际问题转化为平面几何问题. 培养数学运算的核心素养.
小结	1. 直线方程的应用. 2. 圆的方程的应用.	师生共同回顾本节所学内容.	总结本节内容.
作业	必做题: 本节习题第 1 题. 选做题: 本节习题第 2 题.	学生标记作业.	分层布置作业.