7.3.1　空间几何体的表面积

【教学目标】

1. 掌握直棱柱、正棱锥、圆柱、圆锥的侧面积公式，了解球的表面积公式.

2. 会求简单组合体的表面积.

3. 运用立体几何与平面几何之间的转化思想，提高运用表面积公式解决实际问题的应用能力，提升数学运算、直观想象等核心素养.

【教学重点】

直棱柱、正棱锥、圆柱、圆锥和球的表面积公式的应用.

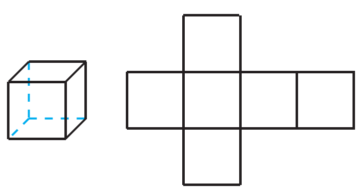
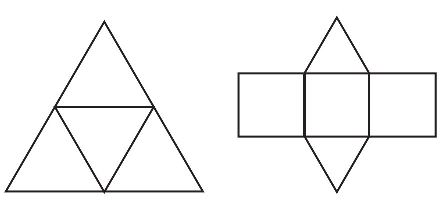
【教学难点】

圆锥侧面积公式的应用.

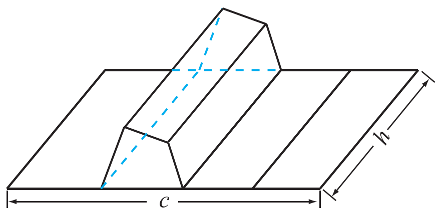
【教学方法】

本节课主要采用问题探究、讲练结合的方法.

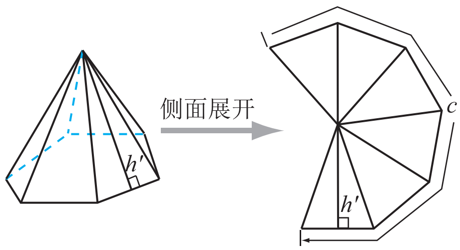
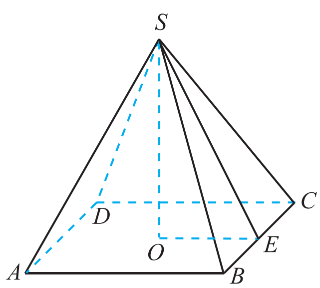
【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	**问题**　图 1（2）可以围成图 1（1）所示的正方体，你能说出图 2（1）（2）所示的图分别可以围成什么多面体吗？  （1）　（2） 图 1  （1）　（2） 图 2	教师提出问题. 学生观察、思考.	让学生初步体会立体几何问题与平面几何问题转化的思想，为探究新知做铺垫.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**一、多面体的表面积** **1. 直棱柱的表面积** **探究 1**　直棱柱的侧面展开图是怎样的? 结论：直棱柱的侧面展开图是矩形（图 3）.  图 3	教师引导学生观察直棱柱的模型，动手操作，沿一条侧棱展开，观察直棱柱侧面展开图的形状.	通过动手操作，培养学生观察分析和归纳总结的能力，进一步渗透立体几何与平面几何之间的转化思想.
	直棱柱的侧面积： $\boxed{S_{直棱柱侧}=ch.}$ 其中，c 表示直棱柱的底面周长，h 表示直棱柱的高.	教师引导学生观察展开图，总结直棱柱的侧面积公式.	加深理解.
	直棱柱的表面积等于侧面积与底（上、下两底）面积之和.	教师引导学生总结直棱柱表面积的求法.	
	练习 1　一个正四棱柱的底面是边长为 5 的正方形，侧棱长为 4，求其侧面积和表面积.	学生完成练习 1.	巩固知识.
	2. 正棱锥的表面积 **探究 2**　正棱锥的侧面展开图是怎样的? 结论：正棱锥的侧面展开图是由若干个全等的等腰三角形构成的（图 4）.	教师引导学生观察正棱锥的模型，并沿正棱锥的一条侧棱展开，观察侧面展开图的形状.	动手操作，加深对正棱锥侧面展开图的理解，便于学生观察、总结正棱锥的侧面积公式.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 4	引导学生分组讨论正棱锥的侧面积求法.	
	正棱锥的侧面积： $\boxed{S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}ch'.}$ 其中，c 表示正棱锥的底面周长，h' 表示正棱锥的斜高.	教师总结公式，并强调“斜高”与“高”的区别. 学生结合展开图理解公式.	通过辨析概念，加深对公式的理解.
	正棱锥的表面积等于侧面积与底面积之和.	教师引导学生思考正棱锥的表面积公式与直棱柱的表面积公式的区别与联系.	
	例 1 一个正四棱锥 S-$ABCD$ 的高 SO 和底面边长都是 4，如图 5 所示，求它的表面积.  图 5	教师出示例题. 学生小组合作讨论，交流解题思路.	培养学生的团队合作意识.
	解 过点 O 作 $OE\perp BC$ 于点 E，连接 SE.	教师引导学生分析题意，梳理思路.	通过教师的板书示范，引导学生规范解题步骤.

续表

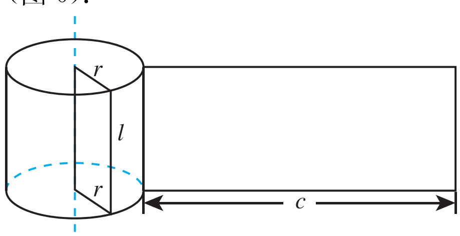
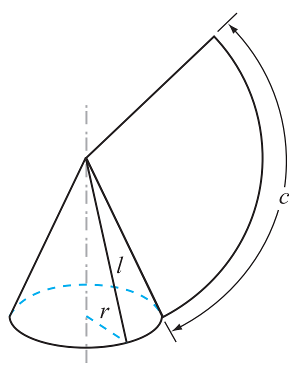
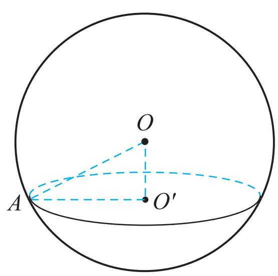
<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td rowspan="4">新课</td><td>于是，在 Rt△SOE 中，
$SE^2=SO^2+OE^2=16+4=20$，
所以 $SE=2\sqrt{5}$. 因此
$S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}ch'=\frac{1}{2}\times4\times4\times2\sqrt{5}$
$=16\sqrt{5}$.
又因为正四棱锥 S-$ABCD$ 的底面积是
$S_{底}=4\times4=16$，
所以正四棱锥 S-$ABCD$ 的表面积是 $16\sqrt{5}+16$.</td><td>教师在黑板上示范解题步骤.</td><td></td></tr>
<tr><td>练习 2　已知正四棱锥的底面边长为 6，斜高为 4，求其侧面积和表面积.
二、旋转体的表面积
1. 圆柱的表面积</td><td>教师出示练习 2.
学生求解.</td><td>巩固正棱锥的侧面积公式.</td></tr>
<tr><td>探究 3　圆柱的侧面展开图是怎样的?
结论：圆柱的侧面展开图是矩形(图 6).


图 6</td><td>学生分组探究：沿圆柱的母线展开，观察圆柱侧面展开图的形状.</td><td>动手操作，从而加深对圆柱侧面展开图的理解.</td></tr>
<tr><td>圆柱的侧面积：
$\boxed{S_{圆柱侧}=cl=2\pi rl.}$</td><td>学生类比正棱柱的侧面积公式总结圆柱的侧面积公式.</td><td>培养学生的类比能力.</td></tr>
</table>

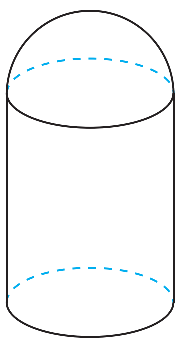
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	其中，c 表示圆柱的底面周长，l 表示圆柱的母线长. 圆柱的表面积等于侧面积与底（两个底）面积之和. **练习 3** 已知圆柱的底面半径为 3，母线长为 6，求其侧面积和表面积. **2. 圆锥的表面积** **探究 4** 圆锥的侧面展开图是怎样的? 结论：圆锥的侧面展开图是扇形.  图 7 圆锥的侧面积： $\boxed{S_{圆锥侧}=\frac{1}{2}cl=\pi rl.}$ 其中，c 表示圆锥的底面周长，l 表示圆锥的母线长. 圆锥的表面积等于侧面积与底面积之和.	学生类比正棱柱的表面积公式得出圆柱的表面积公式. 教师出示练习 3. 学生分组探究：沿圆锥的母线展开，观察圆锥侧面展开图的形状. 教师引导学生回顾扇形的面积公式. 教师引导学生分析圆锥展开前的“底面圆的周长 c”与展开后的“扇形的弧长”之间的对应关系，圆锥展开前的“母线长 l”与展开后的“扇形的半径”之间的对应关系. 师生总结，得出圆锥的侧面积公式. 学生结合展开图理解. 师生共同总结得出圆锥的表面积公式.	巩固新知. 动手操作，加深对圆锥侧面展开图的理解. 通过分析，让学生明白展开图与原图形之间有关数量的对应关系，从而更好地理解公式.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**例 2** 已知圆锥的底面半径为 2，母线长为 4，求该圆锥侧面展开图的圆心角. **解** 设所求圆锥圆心角的大小为 $n°$，由弧长公式，得 $$\frac{n\pi\times4}{180}=2\pi\times2,$$ 解得 $n=180$. 因此，该圆锥的侧面展开图的圆心角大小为 $180°$. **练习 4** 已知圆锥的底面半径为 2，母线长为 4，求其侧面积和表面积. **3. 球体的表面积** $$\boxed{S_{球}=4\pi R^2.}$$ 其中，R 为球的半径. **例 3** 如图 8 所示，已知球 O 的圆心到它的一个小圆圆心 O' 的距离为该球半径的一半，且小圆的半径为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$，求该球的表面积.  图 8	教师引导学生分析题意，利用圆锥展开前的“底面圆的周长”与展开后的“扇形的弧长”相等进行求解. 学生独立完成解题步骤. 教师适当指导. 教师出示练习 4，学生完成. 教师直接给出球的表面积公式，并指出球面不能展开成平面图形，有兴趣的学生课后可以查资料，了解公式的证明过程.	通过例题帮助学生化解难点. 学以致用. 降低难度，要求学生会应用球的表面积公式即可.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**解**　设该球的半径为 R，由题意可知 $O'O=\frac{1}{2}R$，$O'A=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle OO'A$ 中， $R^2=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{2}R\right)^2$， 解得 $R=\frac{4}{3}$，因此该球的表面积 $S=4\pi R^2=\frac{64}{9}\pi$.	教师引导学生分析题意，确定 $\mathrm{Rt}\triangle OO'A$ 中的数据关系. 学生独立完成解题步骤，并由一名学生板书解题步骤.	巩固新知.
	练习 5　已知球的半径为 2，求其表面积.	学生练习.	
	例 4　如图 9 所示，李明设计的垃圾桶是由直径为 0.4 m 的半球与底面直径为 0.4 m 且高为 1 m 的圆柱组合成的几何体，求该垃圾桶的表面积.  图 9	教师引导学生分析题意，明确求简单组合体表面积的思路.	综合应用球的表面积公式和圆柱的表面积公式.
	解　该垃圾桶顶部半球面的面积是 $\frac{1}{2}\times4\pi\times0.2^2=0.08\pi\ (\mathrm{m}^2)$， 该垃圾桶下部圆柱的侧面积是 $2\pi\times0.2\times1=0.4\pi\ (\mathrm{m}^2)$，	学生求解.	提升学生数学运算的核心素养.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	该垃圾桶的底面积是 $\pi\times0.2^2=0.04\pi$（m^2）， 所以该垃圾桶的表面积是 $0.08\pi+0.4\pi+0.04\pi=0.52\pi$（$m^2$）.		
小结	$S_{直棱柱侧}=ch$ $S_{正棱锥侧}=\frac{1}{2}ch'$ $S_{圆柱侧}=cl=2\pi rl$ $S_{圆锥侧}=\frac{1}{2}cl=\pi rl$ $S_{球}=4\pi R^2$	师生共同总结本节课所学知识.	梳理知识，突出重点.
作业	必做题：本节练习 A 组第 1～2 题. 选做题：本节练习 A 组第 4 题、第 6 题.	学生标记作业.	巩固知识.