8.1.1 随机试验与古典概型

【教学目标】

1．理解随机现象、随机事件及有关概念．理解古典概型，初步掌握古典概率的计算方法.

2．提高类比、归纳、猜想的能力，提升数学运算、数据分析的核心素养.

【教学重点】

古典概型的特征，古典概率的计算公式以及简单应用.

【教学难点】

古典概型、样本空间、随机事件的概念.

【教学方法】

本节课主要采用启发式教学的方法．通过实例让学生初步理解古典概型的特征，并由此引出样本空间和随机事件等概念，进一步总结出古典概率的计算公式.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	如果将下列现象进行分类，你会如何划分？划分的依据是什么？ （1）抛掷一枚硬币，正反面向上的情况； （2）在标准大气压下，水加热到100 ℃时沸腾； （3）某次射箭中，射中的环数； （4）抛掷一颗骰子，掷得的点数； （5）太阳东升西落； （6）某同学坐公交回家的时间.	教师分析案例中的现象，引导学生按照结果发生的确定性进行分类. 学生讨论后回答：（1）（3）（4）（6）发生的结果事先不能确定； （2）（5）发生的结果事先能够确定.	从生活实例引入新知，便于学生理解.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**1. 随机现象与古典概型** 随机现象具有这样的特点：当在相同条件下多次观察同一现象，每次观察到的结果不一定相同，事先很难预料哪种结果会出现. 必然现象：在一定条件下必然发生某种结果的现象. **问题 1**　抛掷一枚硬币，假设硬币的构造是均匀的，并且掷得的结果只可能是“正面向上”或“反面向上”，则掷得“正面向上”的可能性有多大? **问题 2**　抛掷一颗骰子，设骰子的构造是均匀的，则掷得的可能结果有哪些？掷得 6 点的可能性有多大？ **问题 3**　连续抛掷两枚均匀的硬币，则可能出现的结果有哪些？两枚都出现正面向上的可能性有多大？ 为了方便起见，我们把在相同条件下，对随机现象所进行的观察或实验称为随机试验（简称试验）. 在随机试验中，如果可能出现的结果只有有限个，且它们出现的机会是均等的，我们称这样的随机试验为古典概型. 我们把随机试验中每一种可能出现的结果，都称为样本点，把由所有样本点组成的集合称为样本空间（通常用大写希腊字母 Ω 表示）.	教师向学生介绍随机现象和必然现象的特点. 教师出示三个问题，学生回答. 教师借助上述三个问题向学生介绍随机试验、古典概型、样本空间的定义. 对于每一个定义，教师都以问题 1 的背景为例进行讲解，然后引导学生自己通过问题 2 和问题 3 的背景，加深对有关定义的理解.	通过三个简单的问题，让学生分析相应事件发生的可能性，为引入古典概型做铺垫.

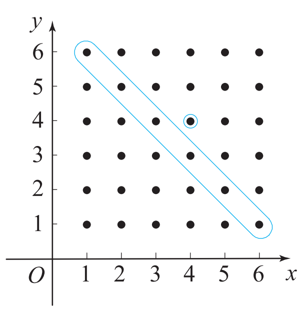
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例如，问题 1 中的样本空间可以表示为 $\Omega=\{正，反\}$. 如果随机试验的样本空间为 Ω，则随机事件 A 是 Ω 的一个非空真子集. 若试验的结果是 A 中的元素，则称 A 发生（或出现）；否则，称 A 不发生（或不出现）. 随机事件常用大写英文字母 A，B，C 等表示. 只含有一个样本点的事件通常称为基本事件. 我们把某一试验中不可能发生的事件（即空集）称为不可能事件. 在做某一试验时，必然发生的事件（即全集）称为必然事件. **2. 概率** 研究随机现象，最重要的是知道随机事件发生的可能性的大小. 对随机事件可能性大小的度量（数值）称为事件的概率. 我们将不可能事件 $\varnothing$ 发生的概率规定为 0，将必然事件 Ω 发生的概率规定为 1，即 $P(\varnothing)=0，P(\Omega)=1$. 在这样的规定下，对任意事件 A 来说，显然应该有 $P(\varnothing)\leqslant P(A)\leqslant P(\Omega)$，因此 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$.	教师以抛掷一颗骰子为例，引导学生理解不可能事件和必然事件. 教师介绍概率的概念，说明用概率来度量随机事件发生的可能性的大小. 教师强调不可能事件和必然事件的规定，以及任意事件概率值的取值范围.	由上述三个问题，让学生初步理解古典概型的特征，并引出样本空间、随机事件等概念. 引导学生理解概率的概念.

续表

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td rowspan="3">新课</td><td>一般地，对于古典概型，如果样本空间 Ω 包含 n 个样本点，事件 A 包含其中 m 个样本点，我们就用 $\frac{m}{n}$ 来描述事件 A 发生的可能性大小，称它为事件 A 的概率（古典概率），记作 $P(A)$，即
$$P(A)=\frac{m}{n}.$$</td><td>师生归纳三个问题中相应事件可能性的求法，尝试总结古典概率的计算公式.</td><td>培养学生的归纳能力.</td></tr>
<tr><td>练习 1　本节练习 A 组第 1 题、第 2 题.</td><td>学生练习.</td><td>强化训练.</td></tr>
<tr><td>例 1　从含有两件正品 a_1，a_2 和一件次品 b_1 的三件产品中每次任取一件，每次取出后放回，连续取两次，求取出的两件中恰好有一件次品的概率.
解　有放回地连续取两次，所有可能的结果组成的样本空间可以表示为
$\Omega=\{(a_1, a_1), (a_1, a_2), (a_1, b_1), (a_2, a_1), (a_2, a_2), (a_2, b_1), (b_1, a_1), (b_1, a_2), (b_1, b_1)\}$，
它由 9 个样本点组成. 由于每一件产品被取到的机会是均等的，因此这些样本点的出现是等可能的. 用 B 表示“取出的两件中，恰好有一件次品”这一事件，则
$B=\{(a_1, b_1), (a_2, b_1), (b_1, a_1), (b_1, a_2)\}$</td><td>师生共同写出样本空间与“取出的两件中恰好有一件次品”这一随机事件，教师提醒学生在列举样本点时要做到“不重不漏”.</td><td></td></tr>
</table>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	事件 B 由 4 个样本点组成，因而 $$P(B)=\frac{4}{9}.$$	得出结果后，教师提问：如果条件改为“每次取出后不放回”，其他叙述不变，结果会变化吗？ 学生回答.	锻炼学生思维的灵活性.
	例 2 抛掷两颗骰子，求： （1）出现点数之和为 7 的概率； （2）出现两个 4 点的概率. **解** 作图 1，从图 1 中容易看出样本点全体构成的集合与点集 $S=\{P(x,y)\mid x\in\mathbf{N}, y\in\mathbf{N}, 1\leqslant x\leqslant 6, 1\leqslant y\leqslant 6\}$ 中的元素一一对应. 因为 S 中点的总数是 $6\times 6=36$，所以样本点的总数 $n=36$.	教师引导学生将抛掷两颗骰子的试验所得的样本点与坐标系中的点对应，并作出示意图（图 1）.	数形结合，帮助学生直观理解例 2 的样本空间.
	（1）记“出现点数之和为 7”的事件为 A，从图 1 中可看到事件 A 包含的样本点共 6 个，即 $(6,1)$，$(5,2)$，$(4,3)$， $(3,4)$，$(2,5)$，$(1,6)$.  图 1	教师引导学生完成第（1）题.	

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	所以 $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$. (2) 记“出现两个 4 点”的事件为 B，则从图 1 中可看到事件 B 包含的样本点只有 1 个，即 (4，4). 所以 $P(B)=\frac{1}{36}$. **练习 2** 本节练习 A 组第 3 题、本节练习 B 组第 1 题.	学生独立完成第 (2) 题，教师检查学生的完成情况. 学生独立完成.	巩固古典概率的求解. 检验学生学习效果.
小结	1. 古典概型、样本空间、随机事件等相关概念. 2. 概率的概念及古典概率的计算.	师生共同归纳总结.	梳理知识.
作业	本节练习 B 组第 2～4 题.	学生标记作业.	巩固所学内容.