8.1.3 概率的加法公式

【教学目标】

1. 了解事件互斥和互为对立的概念，初步掌握互斥事件的概率的加法公式，会利用事件的对立事件求该事件的概率.

2. 提升数据分析、数学运算、逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

互斥事件的概率的加法公式.

【教学难点】

互斥事件概念的理解.

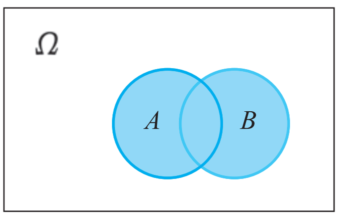
【教学方法】

本节课主要采用启发式教学的方法. 通过实例引导学生了解事件互斥和互为对立的概念，并会用互斥事件的概率的加法公式进行运算，会利用事件的对立事件求该事件的概率.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	**问题** 抛掷一颗骰子，设事件 A：出现 2 点，B：出现奇数点，C：出现奇数点或出现 2 点. 事件 A 与 B 可以同时发生吗？事件 C 与 A，B 有什么关系？ **结论** 事件 A 与 B 不可能同时发生. 事件 C 与 A，B 的关系：若事件 A 和事件 B 中至少有一个发生，则 C 发生；若 C 发生，则 A，B 中至少有一个发生.	教师给出问题，学生思考、讨论，尝试回答. 师生共同分析，得出结论，并引出课题.	通过实例引入新知，易于理解，激发学生学习的兴趣.
新课	**1. 互斥事件** （1）互斥 一般地，如果事件 A 与事件 B 不能同时发生，也就是说 $A\cap B$ 是一	通过导入的问题，教师引出两个定义. 学生理解.	由特殊到一般，便于学生理解这两个定义.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	个不可能事件，即 $A\cap B=\varnothing$，则称事件 A 与事件 B 互斥（或称互不相容）. （2）事件 A 与 B 的并 一般地，当事件 C 发生，则事件 A 和 B 至少有一个发生（即 A 发生或 B 发生或 A，B 都发生）时，这个事件 C，称为事件 A 与 B 的并（或和），记作 $C=A\cup B$.		
	事件 $A\cup B$ 是由事件 A 或 B 所含的样本点组成的集合. 例如，如图 1 所示，阴影部分所表示的就是 $A\cup B$.  图 1	教师提出问题：从集合的观点如何理解事件 $A\cup B$？ 学生小组讨论，并用维恩图表示.	引导学生用已有知识，理解新知.
	例 1 抛掷一颗骰子，设事件 A：出现 2 点，B：出现奇数点. 求“出现奇数点或出现 2 点”的概率.	教师提出问题，学生思考、讨论解答思路.	通过例题，理解新知.
	解 样本空间可表示为 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$， 且 $A=\{2\}$，$B=\{1,3,5\}$，$A\cup B=\{1,2,3,5\}$. 样本空间 Ω 的基本事件总数 $n=6$，A，B，$A\cup B$ 的基本事件数分别为 1，3，4， 所以	教师板书，规范解答过程.	

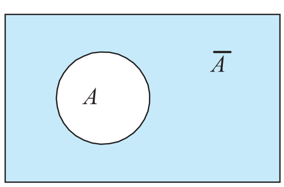
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$P(A)=\frac{1}{6}$，$P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$， $P(A\cup B)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$， 所以“出现奇数点或出现2点”的概率是$\frac{2}{3}$. （3）互斥事件的概率的加法公式 如果$A$，$B$是任意两个互斥事件，则 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.　（1） 一般地，如果事件A_1，A_2，…，A_n两两互斥，那么事件“$A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$”发生的概率，等于这$n$个事件分别发生的概率的和，即 $P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)$ $=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$.　（1′） 公式（1）或（1′）称为互斥事件的概率的加法公式. **例2**　某地区的年降水量，在100～150 mm范围内的概率是0.12，在150～200 mm范围内的概率是0.25，在200～250 mm范围内的概率是0.16，在250～300 mm范围内的概率是0.14. 计算年降水量在100～200 mm范围内的概率与在150～300 mm范围内的概率.	师生共同分析例1，总结出两个互斥事件的概率的加法公式. 教师提出问题：把两个互斥事件推广到两两互斥的n个事件，则如何求出这n个互斥事件的并的概率？ 学生思考、小组讨论. 师生共同总结出公式（1′）. 教师指出：公式（1）或公式（1′）称为互斥事件的概率的加法公式. 教师提出问题，学生小组讨论解答思路.	由特殊到一般，总结出互斥事件的概率的加法公式. 通过例题，巩固互斥事件的概率的加法公式.

续表

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td rowspan="2">新课</td><td>解 记这个地区的年降水量在100～150 mm，150～200 mm，200～250 mm，250～300 mm范围内分别为事件A，B，C，D. 这四个事件是彼此互斥的. 根据公式(1′)可知：年降水量在100～200 mm范围内的概率是
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
$=0.12+0.25=0.37$；
年降水量在150～300 mm范围内的概率是
$P(B\cup C\cup D)$
$=P(B)+P(C)+P(D)$
$=0.25+0.16+0.14=0.55.$
即年降水量在100～200 mm范围内的概率为0.37，在150～300 mm范围内的概率为0.55.</td><td>教师板书求解步骤，强调可以先对相关事件进行定义，这样在解答时方便表示.</td><td></td></tr>
<tr><td>2. 对立事件
例3 某平台开设了“成语天天学”专栏，每天从题库中随机抽取一套题（满分为100分）供用户作答. 张立的成语测试成绩统计如下表所示. 求张立的成语测试成绩不低于70分的概率.
<table><tr><td>分数</td><td>90～100</td><td>80～90</td><td>70～80</td><td>0～70</td></tr><tr><td>概率</td><td>0.25</td><td>0.3</td><td>0.3</td><td>0.15</td></tr></table></td><td>教师提出问题，学生思考，并小组讨论解答思路.</td><td>进一步巩固互斥事件的概率的加法公式. 为引出对立事件做铺垫.</td></tr>
</table>

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**解** 记事件 A：成语测试成绩不低于 90 分，B：成语测试成绩不低于 80 分但低于 90 分，C：成语测试成绩不低于 70 分但低于 80 分. 因为“张立成语测试成绩不低于 70 分”可表示为 $A\cup B\cup C$，且 $P(A)=0.25$，$P(B)=0.3$，$P(C)=0.3$，由 A，B，C 互斥可知 $P(A\cup B\cup C)$ $=P(A)+P(B)+P(C)$ $=0.25+0.3+0.3=0.85$. 记 D：成语测试成绩低于 70 分，$\overline{D}$：成语测试成绩不低于 70 分，显然 D 与 $\overline{D}$ 是互斥事件，且 $D\cup\overline{D}=\Omega$. 一般地，如果事件 A 和事件 B 在任何一次试验中有且仅有一个发生，即 $A\cup B=\Omega$，且 $A\cap B=\varnothing$，那么称事件 A 与 B 互为对立.  图 2 将事件 A 的对立事件记作 $\overline{A}$，如图 2 中的阴影部分即表示事件 A 的对立事件. 由于 A 与 $\overline{A}$ 互为对立，	类比例 2，学生尝试解答，完成解答过程. 教师对例 3 进一步分析，提出问题：D 与 $\overline{D}$ 的交集、并集分别是什么？ 学生思考、回答，教师引出事件互为对立的概念. 教师引导学生从集合的观点来理解对立事件. 师生总结得出两个对立事件所构成的集合互为补集. 由互斥事件的概率的加法	由特殊到一般，引出事件互为对立的概念. 引导学生用已有的集合知识来理解新知.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	我们有 $P(\Omega)=P(A\cup\overline{A})=P(A)+P(\overline{A})=1$,即 $P(\overline{A})=1-P(A)$.　　(2) **注**　当直接求 $P(A)$ 有困难时，可以考虑先求 $P(\overline{A})$，再求 $P(A)$. **探究**　例 3 可以用公式（2）来求解吗? **解**　记 D：成语测试成绩低于 70 分，$\overline{D}$：成语测试成绩不低于 70 分，因为 D 与 $\overline{D}$ 互为对立，且 $P(D)=0.15$，则 $P(\overline{D})=1-P(D)=1-0.15=0.85$. **练习**　本节练习 A 组第 1～2 题.	公式，师生共同推导公式（2）. 教师提出求事件概率的另一种思路，指出对立事件的作用. 教师提出问题. 学生思考、解答. 学生独立完成.	渗透逆向思维的数学思想. 巩固新知.
小结	1. 互斥事件、对立事件. 2. 互斥事件的概率的加法公式.	师生共同总结本节知识.	梳理、巩固所学知识.
作业	本节练习 B 组第 1～2 题.	学生标记作业.	巩固公式的应用.