

8.2.3 样本平均数与标准差

【教学目标】

- 1. 理解平均数、方差和标准差的含义，掌握平均数、方差和标准差的计算方法.
- 2. 初步体会用样本估计总体的思想.

【教学重点】

平均数、方差和标准差的计算.

【教学难点】

理解样本平均数及样本标准差的含义.

【教学方法】

本节课主要采用讲练结合的方法. 通过实例，引导学生理解样本平均数及样本标准差的含义，初步体会用样本的数字特征估计总体的有关信息的思想.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	从总体中抽取的样本有哪些数字特征？能够反映什么有效信息？	教师设疑.	导入新课.
新课	1. 平均数 情境 1 以下是某学校高一年级 98 位学生的身高（单位：cm）： 161 168 166 168 152 152 163 164 170 167 143 166 153 165 168 167 163 157 160 159 153 169 172 175 165 161 158 172 147 164 171 149 158 155 169 150 173 170 162 157 152 180 178 158 162 164 172 165 165 155 163 178 159 168 161 151 166 168 165 158 162 165 163 166 174 163 163 175 165 160 161 177	教师给出情境 1，并提出问题：根据数据，怎样描述学生的身高情况？ 学生回答：可以用图表直观表示这组数据.	通过情境 1 引出用样本平均数与总体平均数.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	163 170 155 156 161 169 167 151 156 158 165 179 161 176 162 168 153 169 155 165 163 166 172 160 173 164 问题 1 这 98 名学生的平均身高为多少? 解 这 98 名学生的平均身高为 $\frac{161+168+\cdots+173+164}{98}=163.5 \text{ (cm).}$ 问题 2 上述数据中, 如果用简单随机抽样抽得的样本为 169, 169, 163, 175, 163, 170, 164, 151, 155, 165. 试求这组样本的平均数. 解 $\frac{169+169+\cdots+165}{10}=164.4.$ 一般地, 总体中有 N 个个体, 它们的变量值分别是 $X_1, X_2, \cdots, X_N$, 则称 $\overline{X}=\frac{X_1+X_2+\cdots+X_N}{N}$ 为总体均值, 又称总体平均数. 如果从总体中抽取一个容量为 n 的样本, 它们的变量值分别是 $x_1, x_2, \cdots, x_n$, 则称 $\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$ 为样本均值, 又称样本平均数. 结论 一般情况下, 如果样本容量恰当, 抽样方法又合理的话, 样本平均数与总体平均数相差	教师补充: 还可以求出这组数据的一些数字特征. 教师引导学生用平均数描述学生的身高情况. 教师提出问题 1 和问题 2, 学生用计算器求解. 教师让学生对比问题 1 和问题 2 的求解结果. 教师给出定义, 学生结合问题 1 和问题 2 加以理解. 教师指出: 问题 1 中的总体平均数与问题 2 中的样本平均数相差不多.	渗透用样本平均数估计总体平均数的思想.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	不大，在容许一定误差存在的前提下，可以用样本平均数去估计总体平均数. 注 有些情况只能用样本平均数估计总体平均数. 样本平均数具有随机性，样本平均数只是总体平均数的近似值. 例 1 为了解某商店 2020 年的日平均销售额（单位：元），随机选取了 2020 年中的 50 天的日销售额数据： 3 326 3 750 3 181 2 519 3 118 3 701 2 941 3 989 3 402 2 560 2 728 3 659 3 233 3 064 2 790 3 052 3 141 3 310 2 750 3 720 3 479 3 741 3 169 3 174 3 742 3 510 2 577 2 905 2 903 3 875 2 593 2 958 3 690 3 071 2 974 2 710 3 576 2 997 2 677 3 032 3 534 3 375 2 942 3 781 3 605 2 769 3 118 2 537 3 445 2 872 试计算这 50 天的日平均销售额，并估计该商店在 2020 年的日平均销售额. 解 这 50 天的日平均销售额为 $\frac{3\,326+3\,750+\cdots+2\,872}{50}=3\,185.3 \text{ (元)},$ 由此可以估计该商店在 2020 年的日平均销售额为 3 185.3 元. 情境 2 有两位射击运动员在一次射击测试中各射靶 10 次，每次命中的环数如下： 甲 7 8 7 9 5 4 9 10 7 4	教师举例说明样本平均数的随机性，学生理解. 教师进行结论分析，学生领会.	用：可以用来估计总体平均数. 巩固新知，提升学生数学运算的核心素养.
		教师引导学生利用公式计算.	渗透用样本估计总体的思想.
		教师给出问题情境，学生分别计算，甲、乙命	通过情境 2，让学生看出仅有平

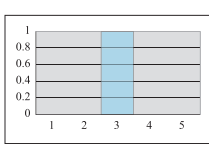
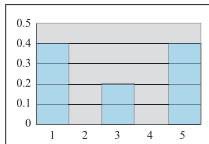
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	乙 9 5 7 8 7 6 8 6 7 7 如果你是教练，你如何对两位运动员的射击情况作出评价？如果这是一次选拔性考核，你应当如何作出选择？ 可以计算得 $\bar{x}_甲=7$，$\bar{x}_乙=7$.	中的环数的平均数. 学生提问：这时仅通过平均数无法比较甲、乙的射击情况，在数学上，还可以通过什么指标来评价呢？ 教师顺势引出新知.	均数是无法全面反映数据的特征的，引出标准差的概念，引导学生认识学习标准差的必要性.
	2. 方差与标准差 如果总体中所有个体的变量值分别是 $X_1, X_2, \dots, X_N$，总体平均数为 $\bar{X}$，则称 $S^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_N - \bar{X})^2}{N}$ 为总体方差，$S = \sqrt{S^2}$ 为总体标准差. 如果一个样本中所有个体的变量值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$，样本平均数为 $\bar{x}$，则称 $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n},$ 为样本方差，$s = \sqrt{s^2}$ 为样本标准差. 方差和标准差描述了一组数据围绕平均数波动的大小，即数据的离散程度. 计算情境 2 中两名运动员成绩的标准差： $s_甲 = \sqrt{\frac{(7-7)^2 + (8-7)^2 + \dots + (4-7)^2}{10}} = 2,$	教师给出新的评价指标，介绍相关概念. 学生计算，并根据这 10 次射击成绩对两名射击运动员进行评价.	设计有冲突性的问题情境，激发学生的学习兴趣.

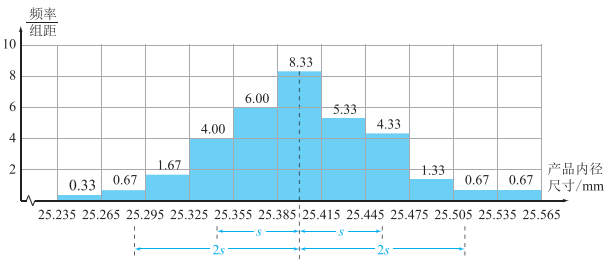
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	$s_Z = \sqrt{\frac{(9-7)^2 + (5-7)^2 + \dots + (7-7)^2}{10}} \approx 1.095.$ 由此判断出甲运动员成绩的离散程度较大，从成绩的稳定性考虑，可以选乙运动员参加比赛。 注 有些情况只能用样本标准差估计总体标准差。样本标准差具有随机性，样本标准差只是总体标准差的近似值。 练习 1 计算数据 5, 7, 7, 8, 10, 11 的标准差。 S1 算出数据的平均数。 S2 算出每个数据与平均数的差。 S3 算出 S2 中每个数据的平方。 S4 算出 S3 中各平方数的平均数，即得到这组数据的方差。 S5 计算 S4 中所得方差的算术平方根，即得到这组数据的标准差。 例 2 为了快速了解某班学生体重（单位：kg）的大致情况，随机抽取了 10 名学生称重，得到的数据整理成茎叶图（图 1）。估计这个班学生体重的平均数和标准差。 4 5 6 6 7 9 9 5 1 8 9 6 0 图 1 解 通过图 1 可知，样本中的这组数据为 45, 46, 46, 47, 49, 49, 51, 58, 59, 60。这组数据的平均数为	教师举例说明样本标准差的随机性，学生理解。 学生计算，教师引领学生根据公式分析求标准差的步骤。 教师引导学生从茎叶图中提炼数据信息，学生根据所提炼的数据信息计算。	总结求标准差的一般步骤。 综合应用数据的直观表示与样本平均数和样本标准差的知识。

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图								
新 课	$\overline{x}=\frac{45+46+\cdots+60}{10}=51,$ 标准差是 $s=\sqrt{\frac{(45-51)^2+(46-51)^2+\cdots+(60-51)^2}{10}}$ $\approx 5.51.$ 由此可以估计这个班学生体重的平均数为 51, 标准差约为 5.51. 练习 2 用 GeoGebra 软件求 8.2.2 节从一批产品中抽取的 100 个钢管内径尺寸的样本标准差, 并估计这批产品的标准差. 3. 平均数和标准差一起反映数据的取值信息 从标准差的定义可知, 如果样本各数据值都相等, 则标准差得 0, 表明数据没有波动幅度, 数据没有离散性; 若各项的值与平均数的差较大, 则标准差较大, 表明数据的波动幅度较大, 数据的离散程度较高. 因此标准差描述了数据对平均数的离散程度, 下面是一个具体例子.	学生练习, 教师适当指导.	提高学生应用信息技术解决问题的能力.								
	<table><tr><th>样本特征</th><th>样本数据 A 3 3 3 3 3</th><th>样本数据 B 1 1 3 5 5</th></tr><tr><td>平均数</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>标准差</td><td>0</td><td>1.79</td></tr></table> 频率分布直方图  样本数据相对平均数没有离散性  样本数据相对平均数的离散程度很高	样本特征	样本数据 A 3 3 3 3 3	样本数据 B 1 1 3 5 5	平均数	3	3	标准差	0	1.79	教师举例说明标准差的意义.
样本特征	样本数据 A 3 3 3 3 3	样本数据 B 1 1 3 5 5									
平均数	3	3									
标准差	0	1.79									

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	再来看产品内径尺寸的例子（图 2），可以发现： 大约有 70% 的产品内径尺寸落在 $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$ 内； 大约有 95% 的产品内径尺寸落在 $(\bar{x}-2s, \bar{x}+2s)$ 内.  图 2	教师介绍分布规律，说明平均数和标准差一起能反映数据的取值信息.	为将来学习正态分布的有关知识做铺垫.
小结	1. 样本平均数与标准差的计算. 2. 用样本估计总体的思想.	师生共同总结.	厘清所学知识.
作业	本节练习 A 组第 2 题. 本节练习 B 组第 1 题.	学生标记作业.	巩固知识.