

【教学目标】

- 1. 了解已知三角函数值求角的方法.
- 2. 提高观察问题、分析问题、解决问题的能力.

【教学重点】

已知一个角的三角函数值, 求指定范围的角.

【教学难点】

已知一个角的三角函数值, 求指定范围的角.

【教学方法】

本节课主要采用类比的教学方法, 通过问题引导学生了解已知正弦值求角的方法, 并总结这类题的解题步骤. 对于已知余弦值或正切值求角, 让学生自己类比已知正弦值求角的情况进行求解.

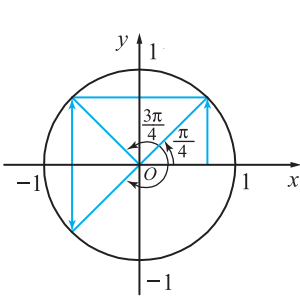
【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习: 特殊角的三角函数值、诱导公式、三角函数的简图.	教师指出: 已知 $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, 反过来, 若 $\sin x = \frac{1}{2}$, 则 x 等于多少? x 的值只有 $\frac{\pi}{6}$ 吗? 我们这节课就来研究已知三角函数值求角的问题.	复习旧知, 导入新课.
新课	1. 已知正弦值, 求角 例 1 已知角 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 求满足下列各式的 x 的值: (1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; (2) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; (3) $\sin x = -\frac{1}{2}$; (4) $\sin x = 0.267\ 2$. (精确到 0.000 1) 解 (1) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上, $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $x = \frac{\pi}{3}$;	教师引导学生求解例 1 (1), 学生独立完成例 1 (2) (3).	培养学生解决问题的能力.

续表

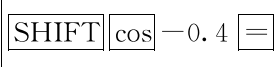
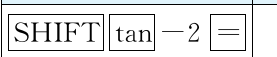
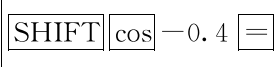
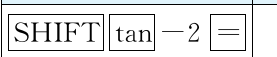
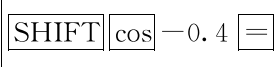
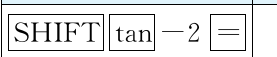
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(2) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上, $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $x = \frac{\pi}{4}$; (3) 因为在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上, $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$, 所以 $x = -\frac{\pi}{6}$; (4) 使用函数型计算器解题, 略. 例 2 已知 $\sin x = \frac{1}{2}$, 且 $x \in [0, 2\pi)$, 求 x 的取值集合. 解 因为 $\sin x = \frac{1}{2}$, 所以 x 是第一或第二象限角. 由 $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ 可知符合条件的第一象限角是 $\frac{\pi}{6}$. 又由 $\sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ 可知, 符合条件的第二象限角是 $\frac{5\pi}{6}$. 于是 x 的取值集合为 $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$. 例 3 已知 $\sin x = -0.215\ 6$, 且 $-180^\circ \leq x < 180^\circ$, 求 x (精确到 0.01°). 解 因为 $\sin x = -0.215\ 6$, 所以 x 是第三或第四象限角. 先求符合条件 $\sin x = 0.215\ 6$ 的锐角 x. 使用函数型计算器解得 $x \approx 12.45^\circ$. 因为 $\sin(-12.45^\circ) = -\sin 12.45^\circ \approx -0.215\ 6$, 且 $\sin(12.45^\circ - 180^\circ) = -\sin 12.45^\circ \approx -0.215\ 6$. 所以, 当 $-180^\circ \leq x < 180^\circ$ 时, x 是 -12.45° 或 -167.55°.	学生用计算器求解. 教师提示: $\frac{5\pi}{6}$ 这一解可以根据正弦函数的图象得出, 也可以由诱导公式得出. 教师用简略的语言小结已知三角函数值求角的步骤: 1. 定象限. 2. 求锐角. 3. 写结果. 教师对比例 1 与例 2, 提问: 为什么例 2 有两个解, 而例 1 只有一个解? 学生思考问题, 合作探究, 进而得出结论. 通过例 3, 教师再次强调已知三角函数值求角的三个步骤: 1. 定象限. 2. 求锐角. 3. 写结果.	小结解题步骤, 帮助学生明确思路. 使学生明确已知三角函数值求角时, 指定角的范围的重要性. 巩固已知三角函数值求角的步骤.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	2. 已知余弦值、正切值, 求角 例 4 已知 $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且 $x \in [0, 2\pi)$, 求 x 的取值集合. 解 因为 x 的余弦值为负, 所以 x 是第二或第三象限角 (图 1). 由 $\cos \frac{3\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 可知, 所求符合条件的第二象限角为 $\frac{3\pi}{4}$. 又因为 $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos \frac{3\pi}{4} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2},$ 所以在区间 $[0, 2\pi)$ 上符合条件的第三象限角 $x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi = \frac{5\pi}{4}.$ 所以 x 的取值集合为 $\left\{\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right\}$.  图 1 例 5 已知 $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, 且 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 x 的值. 解 由于正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是增函数, 所以正切值等于 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 的角 x 有且只有一个. 由 $\tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	教师引导学生利用三角函数线求符合条件的 x 的取值集合. 教师给出图示 (图 1), 学生观察、思考. 教师提示: 根据正切线, 判断正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的单调性后, 再求解. 学生明确正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是增函数, 故满足条件的 x 只有一个, 即 $-\frac{\pi}{6}$.	培养学生数形结合的能力. 利用几何直观, 帮助学生解题. 通过判断正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的单调性明确所求 x 的个数.

续表

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图								
新课	可知 $x = -\frac{\pi}{6}$. 例 6 用函数型计算器求出满足下列条件的 x (精确到 0.01°): (1) $\cos x = -0.4, 0^\circ \leq x \leq 180^\circ$; (2) $\tan x = -2, -90^\circ < x < 90^\circ$. 解 将计算器置于 DEG (以角度为单位) 的计算状态下, 并进行如下操作: (1) <table><tr><th>操作</th><th>显示</th></tr><tr><td></td><td>113.5781785</td></tr></table> 所以 $x \approx 113.58^\circ$. (2) <table><tr><th>操作</th><th>显示</th></tr><tr><td></td><td>-63.43494882</td></tr></table> 所以 $x \approx -63.43^\circ$.	操作	显示		113.5781785	操作	显示		-63.43494882	教师指出: 已知余弦值求角时, 在 RAD (以弧度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角度 x 的范围是 $[0, \pi]$, 在 DEG (以角度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角度 x 满足 $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$; 已知正切值求角时, 在 RAD (以弧度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角度 x 的范围是 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 在 DEG (以角度为单位) 的计算状态下, 计算器默认的角度 x 满足 $-90^\circ < x < 90^\circ$. 学生独立操作, 完成例题的解答.	帮助学生明确借助计算器求角时, 计算器默认的范围, 避免漏解. 体会用计算器求解非特殊角的便捷性.
	操作	显示									
	113.5781785										
操作	显示										
	-63.43494882										
小结	1. 已知正弦值求符合条件的角. 2. 已知余弦值、正切值求符合条件的角.	教师引导学生总结本节所学知识, 反思易错点.	帮助学生养成良好的学习习惯.								
作业	本节练习 A 组第 1~2 题、练习 B 组第 1 题.	学生课后完成.	巩固本节课知识.								

IV 学业质量水平测试

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. -172° 所在的象限是 ().
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. -135° 化为弧度是 ().
- A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. $-\frac{4\pi}{3}$ D. $-\frac{3\pi}{4}$