

5.3.1 正弦函数的图象和性质

【教学目标】

1. 理解正弦函数的图象和性质，会用“五点法”作出正弦函数的简图；
2. 进一步熟悉研究函数的方法，提升逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

正弦函数的图象和性质.

【教学难点】

作正弦曲线, 正弦函数的周期性.

【教学方法】

本节课主要采用讲练结合的教学方法。教师引导学生利用单位圆较精确地作出正弦函数在 $[0, 2\pi]$ 上的图象，然后让学生观察图象，得到“五点法”。通过练习，使学生熟练运用“五点法”作图，再从正弦线、函数图象等方面来引导学生归纳正弦函数的性质。通过例题，进一步落实数形结合思想在函数性质探究中的应用。

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习单位圆与正弦线.	教师要求学生在平面直角坐标系中作出单位圆, 并分组分别作出 $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$ 的正弦线. 学生小组交流.	复习正弦线, 为引出用正弦线作正弦函数的图象做准备.
新 课	利用正弦线来作出正弦函数 $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图象. 1. 正弦函数的图象 第一步: 平分单位圆. 在平面直角坐标系的 x 轴上任取一点 O_1, 以 O_1 为圆心作单位圆, 从这个圆与 x 轴的交点 A 起把圆分成 12 等份. 第二步: 作出各角的正弦线. 过圆上的各分点作 x 轴的垂线, 可以得到对应于角 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\cdots$, 2π 的正弦线. 第三步: 平分坐标轴. 我们把 x 轴上从 0 到 2π 这一段分成 12 等份, 标上横坐标 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\cdots$, 2π. 第四步: 平移正弦线. 把角 x 的正弦线向右平移, 使正弦线的起点与 x 轴上相应的点 x 重合, 则正弦线的终点就是正弦函数图象上的点. 第五步: 连线. 用光滑曲线把这些正弦线的终点连接起来, 就可得到正弦函数 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图象. 第六步: 平移. 我们把 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图象沿 x 轴平移 $\pm 2\pi$, $\pm 4\pi$, $\cdots$, 就可得到 $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 的图象. 从图象可以看出, $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 1)$, $(\pi, 0)$, $(\frac{3\pi}{2}, -1)$, $(2\pi, 0)$ 这五个点在确定图象形状时起关键的作用.	教师提示: 将圆等分的份数越多, 图象越精确. 因为 $\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) = \sin \alpha$ ($k \in \mathbf{Z}$), 所以正弦函数 $y = \sin x$ 在 $x \in [-2\pi, 0]$, $[2\pi, 4\pi]$, $[4\pi, 6\pi]$, $\cdots$ 时的图象形状与 $x \in [0, 2\pi]$ 时的图象形状完全一样, 只是位置不同. 教师引导学生思考: 观察 $y = \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图象, 最高点是哪个? 最低点是哪个? 图象与 x 轴有几个交点? 分别是什么? 学生小组讨论. 教师提问: 当 $x \in [0, 2\pi]$ 时, 哪几个点对图象的形状起着关键作用? 坐标分别是什么?	用正弦线画图的方法比较复杂, 所以将它分为五个步骤, 引导学生明确作图的方法. 在教师的引导下, 让学生自己观察出图象的最高点、最低点、与 x 轴的交点, 便于学生记忆五个点的坐标,

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 1 作函数 $y=1+\sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的简图. 解 略. 练习 1 本节练习 A 组第 4 题. 2. 正弦函数的性质 (1) 值域: $[-1, 1]$. 当 $x=\frac{\pi}{2}+2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 时, $y=\sin x$ 取得最大值 1, 即 $y_{\max}=1$; 当 $x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ 时, $y=\sin x$ 取得最小值 -1, 即 $y_{\min}=-1$. (2) 周期性 定义: 一般地, 对于函数 $y=f(x)$, 如果存在一个不为 0 的常数 T, 使得当 x 取定义域内的每一个值时, 有 $f(x+T)=f(x)$ 都成立, 则把函数 $y=f(x)$ 称为周期函数, 这个不为 0 的常数 T, 称为这个函数的周期. 对于一个周期函数 $f(x)$, 如果在它的所有周期中存在一个最小的正数, 那么这个最小的正数就称为 $f(x)$ 的最小正周期. 在 $2k\pi (k \in \mathbf{Z}, k \neq 0)$ 中, 最小的正数为 2π, 因此正弦函数 $y=\sin x$ 的最小正周期为 2π. 以后我们说到三角函数的周期, 如果不加特殊说明, 均指最小正周期.	学生观察、回答. 教师指出: 在精确度要求不高的情况下, “五点法”是最常用的作正弦函数图象的方法. 教师对例 1 进行小结: 函数 $y=1+\sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图象是由 $y=\sin x, x \in [0, 2\pi]$ 的图象向上平移一个单位长度得到的. 教师引导学生观察单位圆中的正弦线可知, 各角的正弦线的长度都小于或等于单位圆的半径长 1, 这表明正弦函数的值域是 $[-1, 1]$. 教师提问: 你能通过观察正弦函数的图象得到这个性质吗? 学生回答: 因为正弦曲线分布在两条平行直线 $y=1$ 和 $y=-1$ 之间, 所以正弦函数的值域是 $[-1, 1]$. 教师引导学生从两方面理解正弦函数的周期性. 由公式 $\sin(x+k \cdot 2\pi)=\sin x (k \in \mathbf{Z})$ 可知: 当自变量 x 的值增加或减少 2π 的整数倍时, 函数值保持不变. 从正弦曲线的几何特征可以看出, 图象每隔 2π 个单位长度就会重复出现.	同时为下节课利用图象研究三角函数的性质打基础. 巩固“五点法”作图, 并在教师引导下发现函数 $y=1+\sin x$ 与 $y=\sin x$ 图象间的关系, 为例 2 求函数的最大值、最小值做准备. 培养学生将图形语言、文字语言与符号语言进行转换的能力, 提升逻辑推理的核心素养.

续表			
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	(3) 奇偶性 正弦函数 $y = \sin x$, $x \in \mathbf{R}$ 是奇函数, 它的图象关于坐标原点对称.	教师提问: 如何判断正弦函数的奇偶性? 教师提示: 偶函数$\Leftrightarrow$定义域关于原点对称, 且对于函数 $y = f(x)$ 定义域内的任意一个 x, 都有 $f(-x) = f(x)$. 奇函数$\Leftrightarrow$定义域关于原点对称, 且对于函数 $y = f(x)$ 定义域内的任意一个 x, 都有 $f(-x) = -f(x)$.	根据函数奇偶性的判断方法, 引导学生发现正弦函数是奇函数.
	(4) 单调性 正弦函数在每一个闭区间 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上是增函数; 在每一个闭区间 $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上是减函数. 例 2 求使函数 $y = 2 + \sin x$ 取最大值、最小值的 x 的集合, 并求这个函数的最大值、最小值和周期. 练习 2 本节练习 A 组第 1~2 题. 例 3 不求值, 比较下列各对正弦值的大小: (1) $\sin\left(-\frac{\pi}{18}\right)$ 与 $\sin\left(-\frac{\pi}{10}\right)$; (2) $\sin 2\pi$ 与 $\sin 3\pi$	教师引导学生观察单位圆中正弦线的变化, 体会正弦函数的单调性. 教师提问: 从正弦曲线上观察, 正弦函数的单调性如何? 学生回答: 正弦函数在 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上, 图象自左向右是上升的, 在 $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$ ($k \in \mathbf{Z}$) 上, 图象自左向右是下降的. 教师引导学生结合正弦函数的图象讲解例 2 和例 3.	

续表			
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1. 正弦函数的图象和性质. 2. “五点法”作图.	教师带领学生总结本节主要内容, 并归纳典型例题及解题规律.	将所学知识条理化, 便于学生加深理解、记忆.
作	本节练习 A 组第 3 题、第 4 题, 练习 B 组	学生独立完成	巩固本节课