

【教学目标】

1. 了解诱导公式, 会求任意角的三角函数值, 会证明简单的三角恒等式.
 2. 了解对称变换的思想在数学问题中的应用.
 3. 进一步体会数形结合的思想, 提升逻辑推理的核心素养.
- 【教学重点】**

利用诱导公式

【教学难点】

诱导公式①②

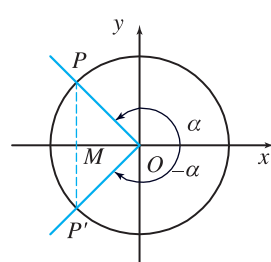
【教学方法】

本书以宋王安石

教学	教学内容	师生互动	设计意图
----	------	------	------

导 入	1. 复习三角函数的定义, 以及单位圆与三角函数线; 2. 复习对称点的知识.	教师用课件展示三角函数的定义, 以及单位圆与三角函数线的相关内容. 教师提问: 已知任意角 α 的终边与单位圆相交于点 $P(x, y)$, 请分别写出点 P 关于 x 轴、y 轴、原点对称的点的坐标.	为引入新课做准备.
新 课	1. 角 α 与角 $\alpha + k \cdot 2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) 的三角函数间的关系 在平面直角坐标系中, 角 α 与角 $\alpha + k \cdot 2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) 的终边相同, 根据三角函数的定义, 它们的三角函数值相等, 于是得到公式①: $\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) = \sin \alpha,$ $\cos(\alpha + k \cdot 2\pi) = \cos \alpha,$ $\tan(\alpha + k \cdot 2\pi) = \tan \alpha.$ 其中, $k \in \mathbb{Z}$. 例 1 求下列各三角函数的值: (1) $\sin \frac{13\pi}{2}$; (2) $\cos \frac{19\pi}{3}$; (3) $\tan 405^\circ$. 解 (1) $\sin \frac{13\pi}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 6\pi\right)$ $= \sin \frac{\pi}{2} = 1;$ (2) $\cos \frac{19\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 6\pi\right)$ $= \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2};$ (3) $\tan 405^\circ = \tan(45^\circ + 360^\circ)$ $= \tan 45^\circ = 1.$ 2. 角 α 与角 $-\alpha$ 的三角函数间的关系 如图 1 所示, 设单位圆与角 α、角 $-\alpha$ 的终边的交点分别为点 P 和点 P'. 容易看出, 点 P 与点 P' 关于 x 轴对称.	师生共同探讨得出公式①的结构特征: 等号两边是同名三角函数, 且符号都为正. 例 1 由学生独立完成求解. 教师总结公式①的作用: 把任意角的三角函数转化为 $0 \sim 2\pi$ 内角的三角函数.	展示诱导公式①在求值时的应用.

待主

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	 图 1 已知 $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$, $P'(\cos(-\alpha), \sin(-\alpha))$. 于是, 得到公式②: $\sin(-\alpha)=-\sin \alpha,$ $\cos(-\alpha)=\cos \alpha,$ $\tan(-\alpha)=-\tan \alpha.$ 例 2 求下列各三角函数的值: (1) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$; (2) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; (3) $\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; (4) $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$. 解 (1) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\sin \frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}$; (2) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\cos \frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; (3) $\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\tan \frac{\pi}{3}=-\sqrt{3}$; (4) $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)=-\sin \frac{7\pi}{3}$ $=-\sin\left(\frac{\pi}{3}+2\pi\right)=-\sin \frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 3. 角 α 与角 $\alpha \pm \pi$ 的三角函数间的关系 如图 2 所示, 角 α 与角 $\alpha \pm \pi$ 的终边与单位圆分别相交于点 P 与点 P', 容易看出, 点 P 与点 P' 关于原点对称, 它们的对应坐标互为相反数, 于是得到公式③: $\sin(\alpha \pm \pi)=-\sin \alpha,$ $\cos(\alpha \pm \pi)=-\cos \alpha,$ $\tan(\alpha \pm \pi)=\tan \alpha.$	学生回答问题, 进而推出诱导公式②. 学生独立完成例 2, 并交流解题心得. 讲完例 2 后, 教师总结诱导公式②的作用: 把任意负角的三角函数转化为正角的三角函数. 教师布置练习: 本节练习 A 组第 1 题的第 3~4 小题、第 2 题的第 3~4 小题、第 3 题的第 4 小题. 观察图 2, 教师引导学生回答: 点 P' 与点 P 的位置有什么关系? 它们的坐标有什么关系? 学生回答问题, 进而推出公式③.	帮助学生熟练应用公式①和②求值. 便于学生理解、掌握公式③的特征.
	教学	教学内容	师生互动

续表

(1)

(2)

图 2

4. 角 α 与角 $\alpha + \frac{\pi}{2}$ 的三角函数间的关系

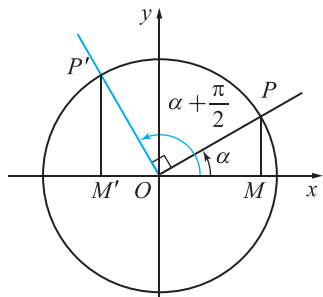
如图 3 所示, 角 α 的终边与单位圆的交点为 P , 角 $\alpha + \frac{\pi}{2}$ 的终边与单位圆的交点为 P' , 则点 P 的坐标是 $(\cos \alpha, \sin \alpha)$, 点 P' 的坐标是 $(\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}), \sin(\alpha + \frac{\pi}{2}))$. 过点 P 作 PM 垂直 x 轴于点 M , 过点 P' 作 $P'M'$ 垂直 x 轴于点 M' , 易证 $\triangle P'M'O \cong \triangle OMP$, 由此可证明公式④:

$$\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \alpha,$$

$$\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \alpha.$$

教师引导学生证明 $\triangle P'M'O \cong \triangle OMP$, 从而得到公式④.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 3 例 3 求下列各值： (1) $\cos \frac{2\pi}{3}$; (2) $\sin 150^\circ$. 解 (1) $\cos \frac{2\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$; (2) $\sin 150^\circ = \sin(90^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$. 公式①②③④都称为三角函数的诱导公式，利用这些公式可以把任意角的三角函数转化为锐角的三角函数。 例 4 求下列各三角函数的值： (1) $\sin \frac{4\pi}{3}$; (2) $\cos\left(-\frac{8\pi}{3}\right)$; (3) $\tan\left(-\frac{10\pi}{3}\right)$; (4) $\sin 930^\circ$. 解 (1) $\sin \frac{4\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3} + \pi\right) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; (2) $\cos\left(-\frac{8\pi}{3}\right) = \cos \frac{8\pi}{3} = \cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi\right) = \cos \frac{2\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3} + \pi\right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.	学生独立完成，并交流解题心得。 教师指出诱导公式的作用，并引导学生体会。 教师引导学生发现：求解例 4 的关键是找出题中各角与锐角的关系，进而将问题转化为求锐角的三角函数值问题。 学生求解，教师提问求解的过程中用到了哪些诱导公式。	鼓励学生熟练运用公式③求三角函数值。 渗透转化的数学思想。 引导学生综合运用诱导公式求任意角的三角函数值。 引导学生熟练、灵活地运用诱导公式。

教学环节		教学内容	师生互动	设计意图
新 课		$(3) \tan\left(-\frac{10\pi}{3}\right) = -\tan\frac{10\pi}{3}$ $= -\tan\left(\frac{\pi}{3} + 3\pi\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3} + \pi\right)$ $= -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3};$ $(4) \sin 930^{\circ} = \sin(30^{\circ} + 5 \times 180^{\circ})$ $= \sin(30^{\circ} + 180^{\circ})$ $= -\sin 30^{\circ} = -\frac{1}{2}.$ 例 5 证明： $(1) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha;$ $(2) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha.$ 证明 (1) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$ $= \sin\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right]$ $= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha;$ $(2) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\left[\pi + \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right]$ $= -\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha.$ 例 6 化简： $\sin(2\pi - \alpha) \cos(\pi + \alpha) \times$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{11\pi}{2} - \alpha\right)$ $\cos(\pi - \alpha) \sin(3\pi - \alpha) \times$ $\sin(-\pi - \alpha) \sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right).$ $(-\sin \alpha)(-\cos \alpha)(-\sin \alpha)$ $\times \cos\left[5\pi + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right]$ 解 原式 $= \frac{(-\cos \alpha) \sin(\pi - \alpha) [-\sin(\pi + \alpha)]}{\times \sin\left[4\pi + \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right]}$	学生独立完成例 5，教师对个别学生进行指导。 针对例 6，教师总结：化简时，应灵活、综合运用诱导公式，适当地改变角的结构，使之符合诱导公式中角的形式，这是解决问题的关键。	引导学生灵活运用诱导公式③和④进行证明。 引导学生综合运用各组诱导公式化简较复杂的三角函数式。

环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$= \frac{-\sin^2 \alpha \cos \alpha \left[-\cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right]}{(-\cos \alpha) \sin \alpha \left[-(-\sin \alpha) \right] \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)}$ $= \frac{\sin \alpha}{-\cos \alpha} = -\tan \alpha.$		
小结	求任意角的三角函数值的步骤： <pre> graph TD A[任意负角的三角函数] -- 公式② --> B[任意正角的三角函数] B -- 公式① --> C["0~2π内的角的三角函数"] C -- 公式③ --> D[锐角的三角函数] </pre>	师生共同总结、交流。 教师可指出诱导公式①在证明、化简中较为重要，并且公式④揭示了正弦函数与余弦函数的关系。	让学生养成自己归纳、总结的习惯。