5.1.2 弧度制

【教学目标】

1. 了解弧度制的概念以及弧长公式，掌握角度制与弧度制的换算方法.

2. 理解角的弧度数与实数之间的一一对应关系.

3. 体会等价转化与辩证统一的思想，提升逻辑推理、数学抽象的核心素养.

【教学重点】

弧度制的概念，角度制与弧度制的换算方法.

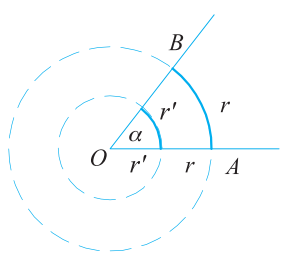
【教学难点】

弧度制的概念.

【教学方法】

本节课采用类比教学法，在复习角度制的基础上引入弧度制，带领学生探究它们之间的换算方法，认识它们之间相互联系、辩证统一的关系. 通过弧度制与角度制的比较，帮助学生加深对弧度制的认识，逐步适应用弧度制表示角.

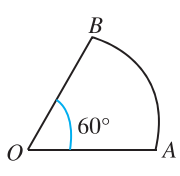
【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习初中学过的角度制.	教师提问：初中学过角度制，1 度角是怎么定义的？ 学生回答：把一圆周 360 等分，则其中一份所对的圆心角是 1 度角. 且 $1^\circ=60'$，$1'=60''$. 教师指出：在数学和其他科学研究中常用的另一种度量角的制度——弧度制.	复习角度制. 引出弧度制.
新课	**1. 弧度制的度量单位——1 弧度的角** （1）定义：等于半径长的圆弧所对的圆心角称为 1 弧度的角. 例如，设 $\overset{\frown}{AB}$ 的长等于半径 r，$\overset{\frown}{AB}$ 所对的圆心角就是 1 弧度的角（图 1），记作 1 rad.  图 1 （2）弧长与半径的比值 $\frac{l}{r}$ 等于一个常数，只与角 α 的大小有关，与半径长无关. 这种用“弧度”作单位来度量角的制度称为弧度制.	教师给出 1 弧度角的定义. 教师举例：若圆心角所对的弧长 $l=2r$，那么圆心角的弧度数就是 2 rad. 若圆心角所对的弧长 $l=3r$，那么圆心角的弧度数是多少？ 学生回答：3 rad. 若圆心角 α 所对的弧长是 l，那么圆心角的弧度数是多少？ 学生回答：$\frac{l}{r}$ rad. 教师引导学生考察圆心角、弧长和半径之间的关系： 如图 1 所示，两个大小不同的同心圆中圆心角为 α，设 $\alpha=n^\circ$，则	引入 1 弧度角的概念. $\frac{l}{r}$ 的值与半径长无关，而只与 α 的大小有关，这就启发我们用圆的半径作单位去量弧，进而定

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$l=n\cdot\frac{2\pi r}{360}$，$l'=n\cdot\frac{2\pi r'}{360}$， 因此，$\frac{l}{r}=\frac{l'}{r'}=n\cdot\frac{2\pi}{360}$. 所以，对于任何一个圆心角 α，所对弧长与半径的比值是一个仅与角 α 的大小有关的常数. 教师提问：圆的周长所对的圆心角是多少弧度？ 学生回答：圆的周长 $l=2\pi r$. 周角 $=360^\circ=\frac{2\pi r}{r}=2\pi$ rad，即 $360^\circ=2\pi$ rad. 教师提问：180° 等于多少弧度？90°，60°，45°，30° 等于多少弧度？ 教师引导学生得出角度制与弧度制的换算公式.	义 1 rad 的角.
新课	**2. 角度制与弧度制的换算** 周角为 $360^\circ=\frac{2\pi r}{r}=2\pi$ rad，即 $360^\circ=2\pi$ rad， 平角为 $180^\circ=\pi$ rad，即 $180^\circ=\pi$ rad. 由此得出 $1^\circ=\frac{\pi}{180}$ rad$\approx0.017\ 45$ rad， $1\text{ rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ\approx57.30^\circ$ $=57^\circ18'$. 设一个角的弧度数为 α，角度为 n°，则 $\alpha=n\cdot\frac{\pi}{180}$ 或者 $n=\alpha\cdot\frac{180}{\pi}$ **例 1** 将 $67^\circ30'$ 用弧度制表示. **解** $67^\circ30'=\left(\frac{135}{2}\right)^\circ$， $67^\circ30'=\frac{\pi}{180}\text{ rad}\times\frac{135}{2}$ $=\frac{3\pi}{8}$ rad. **练习 1** 本节练习 A 组第 2 题. **例 2** 将 $\frac{3\pi}{5}$ rad 用角度制表示. **解** $\frac{3\pi}{5}\text{ rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ\times\frac{3\pi}{5}$ $=108^\circ$. **练习 2** 本节练习 A 组第 3～4 题.	例 1 和例 2 可由学生自己完成，教师适当指导即可.	帮助学生熟练掌握角度制与弧度制的换算方法.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**例 3** 使用函数型计算器，将下列各角用弧度制或角度制表示（精确到 0.01）： （1）67°，-86°； （2）1.2 rad，-3.5 rad. **解** 略. 无论用角度制还是弧度制，都能在角的集合与实数集 **R** 之间建立一一对应的关系. **3. 弧长公式** 由弧度的定义，我们知道弧长 l 与半径 r 的比值等于弧长 l 所对圆心角 α 的弧度数（正值），即 $\frac{l}{r}=\alpha$ 或 $l=\alpha r$. 其中 $l=\alpha r$ 是弧度制下的弧长计算公式.	教师指出：由于角有正负，我们规定正角的弧度数为正数，负角的弧度数为负数，零角的弧度数为 0. 教师给出弧度制的定义.	对任意角的弧度数给出明确的规定. 为三角函数的引入做铺垫.
新课	**例 4** 如图 2 所示，在扇形 AOB 中，$\overset{\frown}{AB}$ 所对的圆心角 α 是 60°，半径是 5 cm，求 $\overset{\frown}{AB}$ 的长 l（精确到 0.1 cm）.  图 2 **解** 因为 $60^\circ=\frac{\pi}{3}$，所以 $l=\alpha r=\frac{\pi}{3}\times5\approx5.2$，即 $\overset{\frown}{AB}$ 的长 l 约为 5.2 cm. **例 5** 利用弧度制证明扇形的面积公式 $S=\frac{1}{2}\alpha R^2$ 和 $S=\frac{1}{2}lR$，其中 R 是扇形的半径，α（$0<\alpha<2\pi$）为圆心角，l 是扇形的弧长，S 是扇形的面积.	教师引导学生利用弧长公式求解例 4. 教师引导学生推理得出弧度制下扇形的面积公式.	巩固弧长公式的应用. 以例题的形式，引出弧度制下扇形的面积公式.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	**证明** 因为半径为 R，圆心角为 n° 的扇形的弧长公式和面积公式分别是 $l=\frac{n\pi R}{180}$，$S=\frac{n\pi R^2}{360}$， 将 n° 用弧度制表示，得 $\alpha=\frac{n\pi}{180}$，于是 $S=\frac{1}{2}\alpha R^2$. 将 $l=\alpha R$ 代入上式，即得 $S=\frac{1}{2}lR$.		
小结	本节知识点： 1. 弧度制的定义. 2. 角度制与弧度制的换算. 3. 弧长公式和扇形面积公式.	教师请学生自己总结本节主要内容 .	归纳整理知识点.
作业	必做题：本节练习 A 组第 6 题，本节练习 B 组第 1～3 题. 选做题：本节练习 B 组第 4 题.	学生课后完成.	分层设置作业，为不同基础的学生提供选择空间.