

4.2.2 积、商、幂的对数

【教学目标】

1. 掌握积、商、幂的对数运算法则，并会进行有关运算.
2. 提高观察、分析、归纳等逻辑思维能力.
3. 通过对数运算法则的学习，提升数学运算的核心素养.

【教学重点】

积、商、幂的对数运算法则的应用.

【教学难点】

积、商、幂的对数运算法则的推导.

【教学方法】

本节课充分利用多媒体辅助教学，体现“以教师为主导、学生为主体”的教学原则。在教学过程中注意启发学生，使学生主动思考有关知识。通过分组合作的教学方式，使学生在合作中快乐学习，培养学生的团结协作能力和集体意识。通过设置探究活动和练习，逐步提升学生逻辑推理、数学运算的核心素养。

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 指数式与对数式的关系： 若指数式 $a^b = N$ ，则 $b = \log_a N$. 2. 指数幂的运算法则： (1) $a^m a^n = a^{m+n}$; (2) $(a^m)^n = a^{mn}$; (3) $(ab)^m = a^m b^m$.	学生抢答，激发学生的学习热情. 教师指出：以前，我们学习过数的加、减、乘、除、乘方、开方运算，这些运算都有自己的运算法则，那么，我们刚学习的对数有什么样的运算法则呢？ 学生在教师的引导下，明确本节课的主要问题.	复习旧知，引入新知. 在探究积、商、幂的对数过程中，主要运用了对数式与对数式的关系，因此重点引导学生复习这一知识点.
新 课	探究 1 已知 $\log_a M, \log_a N (M, N > 0)$，求 $\log_a MN$. 解 设 $\log_a M = p, \log_a N = q$，根据对数的定义，可得 $M = a^p, N = a^q.$ 因为 $MN = a^p a^q = a^{p+q}$，所以 $\log_a (MN) = p + q = \log_a M + \log_a N.$ 探究 2 已知 $N_1, N_2, \dots, N_k$ 都是大于 0 的数，猜想 $\log_a (N_1 N_2 \dots N_k)$ 等于什么. 结论： $\log_a (N_1 N_2 \dots N_k) = \log_a N_1 + \log_a N_2 + \dots + \log_a N_k.$ 探究 3 已知 $\log_a M, \log_a N (M, N > 0)$，求 $\log_a \frac{M}{N}$. 解 设 $\log_a M = p, \log_a N = q$，根据对数的定义，可得 $M = a^p, N = a^q.$ 因为 $\frac{M}{N} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$，所以 $\log_a \frac{M}{N} = p - q = \log_a M - \log_a N.$	教师提出探究问题，学生通过小组讨论，探究问题的答案. 在学生探究后，教师给出解答过程. 学生根据探究 1 的结果进行猜测. 学生讨论后，教师给出解答过程.	组织小组讨论能够培养学生的团队合作精神和合作能力. 探究 2 的结论是探究 1 结论的推广. 进一步增强学生的探究意识.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	探究 4 已知 $\log_a M (M>0)$, 求 $\log_a M^b$. 解 设 $\log_a M = p$, 由对数的定义, 可得 $M = a^p$. 因为 $M^b = (a^p)^b = a^{bp}$, 所以 $\log_a M^b = bp = b \log_a M,$ 即 $\log_a M^b = b \log_a M$. 结论: (1) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$. 拓展形式: $\log_a (N_1 N_2 \cdots N_k)$ $= \log_a N_1 + \log_a N_2 + \cdots + \log_a N_k.$ 这表明: 正因数积的对数等于各因数对数的和. (2) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$. 这表明: 两个正数商的对数等于被除数的对数减去除数的对数. (3) $\log_a M^b = b \log_a M$. 这表明: 正数幂的对数等于幂的指数乘以幂的底数的对数. 例 1 用 $\log_a x, \log_a y, \log_a z$ 表示下列各式: (1) $\log_a \frac{xy}{z}$; (2) $\log_a (x^3 y^5)$; (3) $\log_a \frac{\sqrt{x}}{yz}$; (4) $\log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{yz}}$. 解 (1) $\log_a \frac{xy}{z} = \log_a (xy) - \log_a z$ $= \log_a x + \log_a y - \log_a z;$ (2) $\log_a (x^3 y^5) = \log_a x^3 + \log_a y^5$ $= 3 \log_a x + 5 \log_a y;$	教师引导学生对探究问题做总结, 学生在总结的过程中理解、记忆相应的运算法则. 学生快速解答, 教师对学生的解答给予评价.	有利于学生理解、记忆对数运算法则. 通过例题, 让学生理解对数运算法则, 并熟练应用.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(3) $\log_a \frac{\sqrt{x}}{yz} = \log_a \sqrt{x} - \log_a (yz)$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} - (\log_a y + \log_a z)$ $= \frac{1}{2} \log_a x - \log_a y - \log_a z;$ (4) $\log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}} = \log_a (x^2 y^{\frac{1}{2}} z^{-\frac{1}{3}})$ $= \log_a x^2 + \log_a y^{\frac{1}{2}} + \log_a z^{-\frac{1}{3}}$ $= 2\log_a x + \frac{1}{2} \log_a y - \frac{1}{3} \log_a z.$ 练习 1 请用 $\lg x, \lg y, \lg z, \lg(x+y), \lg(x-y)$ 表示下列各式: (1) $\lg(xy^2z); (2) \lg(x+y)z;$ (3) $\lg(x^2-y^2); (4) \lg \frac{xy^2}{z}.$ 例 2 计算: (1) $\lg \sqrt[5]{100}; (2) \log_2(4^7 \times 2^5).$ 解 (1) $\lg \sqrt[5]{100}$ $= \frac{1}{5} \lg 100 = \frac{2}{5};$ (2) $\log_2(4^7 \times 2^5)$ $= \log_2 4^7 + \log_2 2^5$ $= 7\log_2 4 + 5\log_2 2$ $= 14 + 5$ $= 19.$ 练习 2 计算: (1) $\log_3(27 \times 9^2);$ (2) $\lg 100^2;$ (3) $\log_2 6 - \log_2 3;$ (4) $\lg 5 + \lg 2.$	教师出示练习题, 要求学生按照对数运算法则完成. 学生解答, 教师适当指导.	巩固对数运算法则. 进一步巩固对数运算法则.
小结	1. $\log_a MN = \log_a M + \log_a N.$ 2. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N.$ 3. $\log_a M^b = b \log_a M.$	回顾本节主要内容, 帮助学生理解、记忆对数运算法则.	概括本节的重要知识, 便于学生理解、记忆.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
作业	必做题：本节练习 A 组第 2~3 题. 选做题：本节练习 B 组第 1~2 题.	学生课后完成.	分层设置作业，为学生提供一定的选择空间.