

4.1.1 实数指数（一）

【教学目标】

- 1. 理解正整数指数幂的定义.
- 2. 能利用整数指数幂的运算法则进行简单的计算.
- 3. 提升数学运算的核心素养.

【教学重点】

零指数幂、负整数指数幂的定义.

【教学难点】

零指数幂及负整数指数幂的定义过程，整数指数幂的运算.

【教学方法】

本节课在引入整数指数幂时，以在国际象棋棋盘上放麦粒的故事为导入素材，容易引起学生的学习兴趣. 教学中从正整数指数幂的运算法则

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n} \quad (m>n, a\neq 0)$$

出发，通过取消 $m>n$ 这一限制条件，自然引出零指数幂和负整数指数幂的定义，进而将正整数指数幂推广至整数指数幂的范畴. 本节教学中，要以取消 $m>n$ 这一限制条件为出发点，引导学生大胆猜想、主动探究，以此增强学生的课堂参与意识，进一步提高学生的学习兴趣.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	在一个国际象棋棋盘上放一些麦粒，第一格放 1 粒，第 2 格放 2 粒，第 3 格放 4 粒……一直到第 64 格，那么第 64 格应放多少粒？ 第 1 格放的麦粒数是 1； 第 2 格放的麦粒数是 2； 第 3 格放的麦粒数是 2×2； 第 4 格放的麦粒数是 $2\times 2\times 2$； 第 5 格放的麦粒数是 $2\times 2\times 2\times 2$； …… 第 64 格放的麦粒数是 $2\times 2\times 2\times \cdots \times 2$.	学生在教师的引导下观察课件中国际象棋棋盘的图片，明确教师提出的问题，通过观察课件，归纳、探究答案. 教师提问：通过上面的解题过程，你能发现什么规律？第 64 格放多少粒麦粒，怎么表示？ 学生回答，教师针对学生的回答给予点评，并归纳出第 64 格应放的麦粒数为 2^{63}. 教师引导学生用计算器求 2^{63} 的值. 学生解答.	通过问题，激发学生学习的兴趣. 在问题的分析过程中，培养学生归纳推理的能力. 为引出 a^n 埋下伏笔. 用计算器可以降低计算的复杂度.
新课	一、整数指数幂 1. 定义：一般地，a^n ($n\in\mathbf{N}_+$) 称为 a 的 n 次幂，a 称为幂的底数，n 称为幂的指数. 并且规定	教师板书课题. 学生理解概念.	学生在初中已学过此概念，这里引导学生复习.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$a^1=a$. 幂 ← a^n → 指数 ($n\in\mathbf{N}_+$) ↓ 底数 当 n 是正整数时，a^n 称为正整数指数幂. 2. 正整数指数幂的运算法则： (1) $a^m a^n = a^{m+n}$； (2) $(a^m)^n = a^{mn}$； (3) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ($m>n, a\neq 0$)； (4) $(ab)^m = a^m b^m$. 练习 1 填空： (1) $2^3\times 2^4 = \underline{\hspace{1cm}}$；$a^m\times a^n = \underline{\hspace{1cm}}$； (2) $(2^3)^4 = \underline{\hspace{1cm}}$；$(a^m)^n = \underline{\hspace{1cm}}$； (3) $\frac{2^4}{2^3} = \underline{\hspace{1cm}}$；$\frac{a^m}{a^n} = \underline{\hspace{1cm}}$ ($m>n, a\neq 0$)； (4) $(xy)^3 = \underline{\hspace{1cm}}$；$(ab)^m = \underline{\hspace{1cm}}$. 练习 2 计算：$\frac{2^3}{2^3}$. 探索研究 在法则（3）中，我们作了 $m>n$ 的限制，若取消这种限制，法则（3）是否仍成立？ 我们规定： $a^0=1$ ($a\neq 0$). 练习 3 填空： (1) $8^0 = \underline{\hspace{1cm}}$； (2) $(-0.8)^0 = \underline{\hspace{1cm}}$. 练习 4 式子 $(a-b)^0=1$ 是否恒成立？为什么？	教师强调 n 是正整数. 请学生回顾正整数指数幂的运算法则，并尝试解答练习 1 和练习 2. 学生分小组解答练习 1；对于练习 2，学生通过约分得 $\frac{2^3}{2^3}=1$. 教师指出：如果取消 $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ($m>n, a\neq 0$) 中 $m>n$ 的限制，如何通过指数的运算来表示 $\frac{2^3}{2^3}$？ $\frac{2^3}{2^3}=2^{3-3}=2^0$. 教师板书：零指数幂 $a^0=1$ ($a\neq 0$). 教师请学生结合零指数幂的定义完成练习 3~练习 5. 学生解答.	引导学生明确各部分的名称. 强调 n 是正整数，为零指数幂和负整数指数幂的引入做准备. 通过练习题，引导学生回顾正整数指数幂的运算法则. 由特殊到一般，由具体的例子入手，从而引出零指数幂的定义.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习 5 计算： (1) $\frac{2^3}{2^4}$； (2) $\frac{2^3}{2^5}$. 我们规定： $a^{-1}=\frac{1}{a}$ ($a\neq 0$), $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ ($a\neq 0, n\in\mathbf{N}_+$). 练习 6 填空： (1) $8^{-2} = \underline{\hspace{1cm}}$；(2) $0.2^{-3} = \underline{\hspace{1cm}}$. 练习 7 式子 $(a-b)^{-4}=\frac{1}{(a-b)^4}$ 是否恒成立？为什么？ 实数系的分类 实数 $\begin{cases} \text{有理数} \begin{cases} \text{正整数} \\ \text{整数} \begin{cases} \text{零} \\ \text{负整数} \end{cases} \\ \text{分数} \end{cases} \\ \text{无理数} \end{cases}$ 二、整数指数幂的运算法则 $a^m a^n = a^{m+n}$； $(a^m)^n = a^{mn}$； $(ab)^m = a^m b^m$.	教师强调练习 4 中等式成立的条件是 $a\neq b$. 学生可通过约分解答练习 5. 教师指出：实数 m 与 n 的大小关系除了 $m>n, m=n$ 还有 $m<n$. 当 $m<n$ 时，运算法则 $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ 一定成立吗？ 学生尝试解决教师提出的问题. 教师板书：负整数指数幂 $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ ($a\neq 0, n\in\mathbf{N}_+$), 并强调 a 的取值范围. 教师要求学生小组合作解答练习 6 和练习 7. 教师针对学生的解答进行点评，并强调练习 7 中的等式成立的条件是 $a\neq b$. 从数的分类可知，在定义了零指数幂和负整数指数幂以后，我们就把正整数指数幂推广到了整数指数幂的范围. 教师提示：正整数指数幂的运算法则，对整数指数幂的运算仍然成立. 教师板书运算法则，并指出：$\frac{a^m}{a^n}$ 的运算可以归结到 $a^m a^n$ 中去，即	练习 4 的目的是让学生记住 $a^0=1$ ($a\neq 0$) 中的 $a\neq 0$ 这一前提条件. 类比零指数幂，引入负整数指数幂. 练习 7 是为了让学生注意，在负整数指数幂中底数 a 的取值范围. 重新回顾实数的分类，展示指数幂的推广过程，帮助学生理解“把正整数指数幂推广到了整数指数幂的范围”这句话. 深入认识幂的运算法则.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习 8 (1) $(2x)^{-2} = \underline{\hspace{1cm}}$； (2) $0.001^{-3} = \underline{\hspace{1cm}}$； (3) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^{-2} = \underline{\hspace{1cm}}$； (4) $\frac{x^2}{b^2c} = \underline{\hspace{1cm}}$.	$\frac{a^m}{a^n} = a^m a^{-n} = a^{m+(-n)} = a^{m-n}$. 学生解答练习 8. 教师在讲解上述题目时，应再现每题运算过程中用到的运算法则.	突出本节重点内容，即整数指数幂的运算法则.
小结	1. 指数幂的推广 正整数指数幂 $\begin{cases} \rightarrow \text{零指数幂} \\ \rightarrow \text{负整数指数幂} \end{cases}$ 整数指数幂 2. 正整数指数幂的运算法则对整数指数幂仍然成立： (1) $a^m a^n = a^{m+n}$； (2) $(a^m)^n = a^{mn}$； (3) $(ab)^m = a^m b^m$.	回顾本节主要内容，加深理解零指数幂和负整数指数幂的概念，并牢记整数指数幂的运算法则.	概括本节的重要知识，便于学生理解、记忆.
作业	必做题：本节练习 A 组第 1 题. 选做题：本节习题第 1 题的第 9 小题.	学生课后完成.	对课后书面作业实施分层设置，为学生提供选择空间.