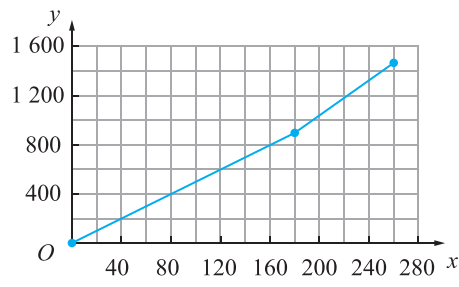


3.3 函数的应用			
【教学目标】			
1. 会应用一次函数、分段函数和二次函数解决简单的实际问题.			
2. 初步掌握从实际问题中抽象出一次函数、分段函数和二次函数模型解决简单实际问题的方法, 提升数学建模的核心素养.			
【教学重点】			
应用函数知识解决一些简单的实际问题.			
【教学难点】			
从实际问题中抽象出函数模型.			
【教学方法】			
本节课主要采用讲练结合法, 将四个例题与练习穿插在一起, 介绍一次函数、分段函数和二次函数的应用. 教学中, 注意培养学生的审题能力, 以及从实际问题中抽象出数学模型解决问题的能力.			
【教学过程】			
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	我们前面学习了一次函数、分段函数、二次函数的图象与性质, 下面介绍关于函数应用的例子.		开门见山, 直接引入本节课的主要内容.
新课	例 1 一个游泳池正在进行排水作业, 已知池中原有水 500 m^3. 工人开启排水泵后, 水泵以 $50\text{ m}^3/\text{h}$ 的恒定流量排水. 试写出池中剩余水量 $V\text{ m}^3$ 与排水时间 $t\text{ h}$ 之间的关系. 解 因为池中原有水量为 500 m^3, 排水流量为 $50\text{ m}^3/\text{h}$, 经过 t 小时, 排出的总水量为 $50t\text{ m}^3$. 所以, 池中剩余水量 $V=500-50t\quad (0\leq t\leq 10).$ 练习 1 本节习题第 1~2 题. 例 2 某市居民用水实行阶梯水价制度. 其中年用水量不超过 180 m^3 的部分, 综合用水单价为 $5\text{ 元}/\text{m}^3$; 超过 180 m^3 但不超过 260 m^3 的部分, 综合用水单价为 $7\text{ 元}/\text{m}^3$. 如果该市一居民年用水量为 $x\text{ m}^3$, 其要缴纳的水费为 $f(x)$ 元. 假设 $0\leq x\leq 260$, 试写出 $f(x)$ 的解析式, 并作出 $f(x)$ 的图象. 解 如果 $x\in[0, 180]$, 则 $f(x)=5x$; 如果 $x\in(180, 260]$, 按照题意有 $f(x)=5\times 180+7(x-180)=7x-360.$ 因此 $f(x)=\begin{cases} 5x, & x\in[0, 180], \\ 7x-360, & x\in(180, 260]. \end{cases}$ 注意到 $f(x)$ 在不同的区间上, 解析式都是一次函数的形式, 因此 $y=f(x)$ 在每个区间上的图象都是直线的一部分, 又因为 $f(180)=5\times 180=900,$ $f(260)=7\times 260-360=1\,460,$ 由此可作出函数 $f(x)$ 的图象, 如图 1 所示.	教师提出问题, 引导学生思考: 池中剩余水量与排水时间之间的函数关系是什么? 教师提问, 学生回答: (1) 用水量为 100 m^3 时, 要缴纳多少水费? (2) 用水量为 200 m^3 时, 要缴纳多少水费? (3) 用水量为 $x\text{ m}^3$ 时, 要缴纳多少水费?	例 1 是一次函数模型的应用问题, 难度较小, 可让学生自己解决. 例 2 是分段函数的应用问题, 可借助本题, 号召学生节约用水. 通过问题 (1) (2) (3), 引导学生加深理解分段函数.
续表			
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 1 例 3 某单位计划建筑一矩形围墙. 现有材料可筑墙的总长度为 l, 如果要使墙围出的场地面积最大, 则矩形的长、宽各等于多少? 解 设矩形的长为 x 时, 场地的面积为 S. 因为矩形的周长要为 l, 所以矩形的宽为 $\frac{1}{2}(l-2x), \text{ 由 } \begin{cases} x>0, \\ \frac{1}{2}(l-2x)>0 \end{cases} \text{ 可得 } 0<x<\frac{l}{2}.$ 又因为 $\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(l-2x)x = -x^2 + \frac{l}{2}x \\ &= -\left[x^2 - \frac{l}{2}x + \left(\frac{l}{4}\right)^2 - \left(\frac{l}{4}\right)^2\right] \\ &= -\left(x - \frac{l}{4}\right)^2 + \frac{l^2}{16}. \end{aligned}$ 所以该函数在 $x=\frac{l}{4}$ 时, $S_{\max}=\frac{l^2}{16}$, 这时矩形的宽也为 $\frac{l}{4}$. 即所围矩形是边长等于 $\frac{l}{4}$ 的正方形时, 场地的面积最大. 配方法的两个关键步骤: (1) 提系数; (2) 所配常数为一次项系数一半的平方. 练习 2 本节习题第 5 题.	教师引导学生通过画图分析题意: (1) 设矩形的长是 x, 则宽为多少? (2) 面积如何表达? 它是什么函数? 如何求它的最大值? 教师适当提示, 学生合作解决问题. 教师展示具体求解过程. 教师引导学生回忆二次函数的配方过程.	例 3 是二次函数的最值问题. 函数最值问题既是函数应用中的重点也是难点问题, 此题的目的是帮助学生提高建模能力, 同时进一步巩固
续表			
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 4 绿色低碳的生活方式越来越受到人们的欢迎, 近些年, 电瓶车行业得到了迅猛发展. 某景区附近的一家公司有 300 辆电瓶车可出租, 每辆电瓶车每天租金为 20 元时, 能够全部租出. 恰逢旅游旺季, 公司计划提高租金, 已知每辆电瓶车每增加 2 元, 电瓶车出租数就会减少 10 辆. 不考虑其他因素时, 公司将电瓶车的租金提高到多少元时, 每天的租金总收入最高? 解 设提高 x 个 2 元, 则将有 $10x$ 辆电瓶车空出, 且租金总收入为 $\begin{aligned} y &= (20+2x)(300-10x) \\ &= -20x^2 + 600x - 200x + 6\,000 \\ &= -20(x^2 - 20x + 100 - 100) + 6\,000 \\ &= -20(x-10)^2 + 8\,000. \quad (x\in\mathbf{N} \text{ 且 } x\leq 30) \end{aligned}$ 由此得到, 当 $x=10$ 时, $y_{\max}=8\,000$, 即每辆电瓶车的租金为 $20+10\times 2=40$ 元时, 每天租金的总收入最高, 为 8 000 元. 练习 3 本节习题第 8 题.	对于例 4, 教师带领学生详细分析题意, 解题时只点拨如何假设未知量, 启发学生讨论并尝试解答. 讲解完例 4 后, 教师引导学生总结解函数应用题的一般步骤: 1. 设未知数 (确定自变量和因变量); 2. 找等量关系, 列出函数关系式; 3. 化简, 整理成标准形式 (一次函数、二次函数等); 4. 利用函数知识求解; 5. 写出结论.	配方法在二次函数中的应用. 梳理解题步骤, 明确解题思路.
小结	1. 总结已学过的一些函数模型的特点, 如一次函数、分段函数、二次函数. 2. 归纳求解函数应用题的一般步骤.	学生阅读教材, 畅谈本节课的收获, 教师引导学生总结本节课的知识点.	引导学生养成及时总结、反思的好习惯.
作业	本节习题第 3 题、第 4 题、第 7 题.	学生课后完成.	巩固本节课所学内容.