

【教学目标】

1. 理解并掌握二次函数的图象和性质，了解二次函数与一元二次方程、一元二次不等式之间的关系.
2. 利用数形结合的方法研究二次函数，提升逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

二次函数的图象和性质.

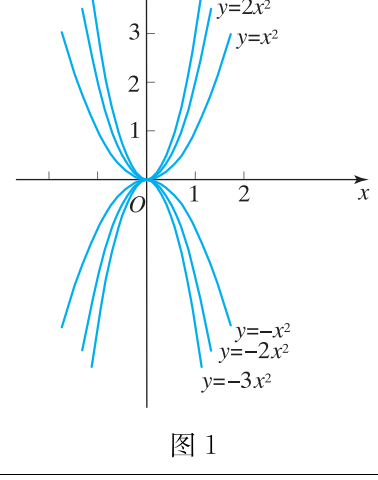
【教学难点】

分析函数的对称性，利用数形结合的方法研究二次函数.

【教学方法】

本节课主要采用启发式教学法和讲练结合法，在学生学习函数的一般性质之后，引导学生以二次函数为载体较系统地利用数形结合的方法研究函数的性质，从而为后面研究其他函数的性质奠定基础.

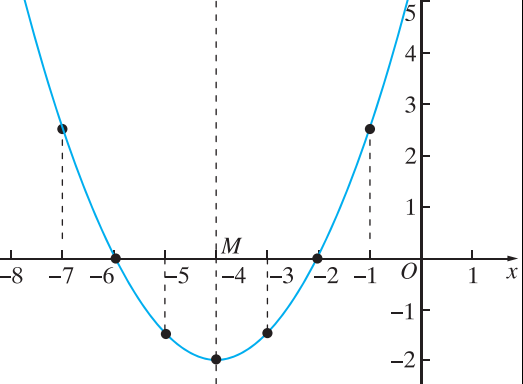
【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	二次函数的一般形式： $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数，且 $a\neq 0$)，定义域是 $\mathbf{R}$. 练习 1 下列函数中，哪些是二次函数？若是，分别指出二次项系数、一次项系数和常数项. (1) $y=2x^2+3x-1$ ； (2) $y=x+\frac{1}{x}$ ； (3) $y=3(x-1)^2+1$ ； (4) $y=(x+3)^2-x^2$ ； (5) $s=3-2t^2$ ； (6) $v=4\pi r^2$.	教师引导学生回忆二次函数的一般形式，并让学生举几个二次函数的例子. 学生口答.	复习旧知，为引入新知做铺垫.
新课	引例 在同一平面直角坐标系中，作出下列函数的图象. $y=x^2, y=2x^2, y=3x^2$ ； $y=-x^2, y=-2x^2, y=-3x^2$. 相应函数的图象如图 1 所示.  图 1	教师指出：如果 $b=c=0$ ，则二次函数的一般形式变为 $y=ax^2$ ，下面我们先来研究这类函数的性质. 教师出示引例. 教师只介绍 $y=x^2$ 的图象作法，其余 5 个函数的图象，学生分组合作完成，教师适当指导.	通过引例，使学生进一步掌握二次函数图象的描点作图法，并引导学生根据所作图象来分析二次函数 $y=ax^2$ 中系数 a 对图象的影响.

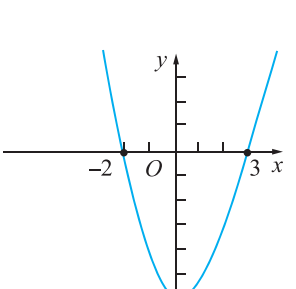
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	观察图 1 并完成填空： 二次函数 $y=ax^2$ 的图象，当 $a>0$ 时开口____. 当 $a<0$ 时开口____，对称轴是____，顶点坐标是____. 函数是____（填“奇”或“偶”）函数. $ a $ 越大，开口越____. 问题 1 探究二次函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+4x+6$ 的性质与图象. 解 (1) 因为 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+4x+6$ $=\frac{1}{2}(x^2+8x+12)$ $=\frac{1}{2}(x+4)^2-2.$ 由于对任意实数 x ，都有 $\frac{1}{2}(x+4)^2\geq 0$ ，所以 $f(x)\geq -2$ ，并且，当 $x=-4$ 时取等号，即 $f(-4)=-2$. 综上，可以得出性质： $x=-4$ 时，函数 $f(x)$ 取得最小值 -2 . 记为 $y_{\min}=-2$. 点 $(-4, -2)$ 是这个图象的顶点. (2) 当 $y=0$ 时，得 $\frac{1}{2}x^2+4x+6=0,$ 即 $x^2+8x+12=0,$ 解得 $x_1=-6, x_2=-2$. 故该函数的图象与 x 轴交于两点 $(-6, 0), (-2, 0)$. (3) 列表作图. 以 $x=-4$ 为中间值，取 x 的一些值，列出这个函数的对应值表，然后作出该函数的图象，如图 2 所示.	学生观察图象，小组讨论，然后每组选一名代表汇报各组的讨论结果，最后师生一起总结. 师生共同解决问题 1，教师板书详细的解题过程，带领学生仔细分析各个性质的由来. 教师引导学生观察图象可得出：该函数的对称轴是直线 $x=-4$.	通过对问题 1 中二次三项式的代数分析，使学生对二次函数的直观感知上升到理性认识的高度，更重要的是使学生掌握利用数形结合研究函数的方法，初步培养学生的画图、识图能力. 分析图象与 x 轴的交点，一方面为描点作图做准备，另一方面为下节研究函数与方程、不等式的关系做铺垫.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 2 由图 2，可以得出性质： 该函数在 $(-\infty, -4]$ 上是减函数，在 $[-4, +\infty)$ 上是增函数. 直线 $x=-4$ 为该函数的对称轴. 练习 2 用配方法求函数 $f(x)=3x^2+2x+1$ 的最小值和图象的对称轴，并说出它在哪个区间上是增函数，在哪个区间上是减函数. 解 $f(x)=3x^2+2x+1$ $=3\left(x^2+\frac{2}{3}x\right)+1$ $=3\left(x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)+1$ $=3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3},$ 所以 $y_{\min}=f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$ ，该函数图象的	教师提问：这个结论是否正确呢？ 教师提问：函数在哪个区间上是增函数？在哪个区间上是减函数？分别计算 $-4-h$ 与 $-4+h$ 处的函数值，你能发现什么？ 教师通过问题，引导学生归纳二次函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+4x+6$ 的性质. 学生练习，教师解答其困惑.	关于二次函数对称性的教学设计是为了启发学生对二次函数完成从感性认识到理性认识的升华，感受数学的严密性. 总结二次函数的性质，帮助学生加深理解. 巩固配方法和二次函数的性质.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	对称轴是直线 $x=-\frac{1}{3}$ ， $f(x)$ 在 $(-\infty, -\frac{1}{3}]$ 上是减函数，在 $[-\frac{1}{3}, +\infty)$ 上是增函数. 问题 2 探究二次函数 $f(x)=-x^2-4x+3$ 的性质与图象. 探索研究 已知二次函数 $y=x^2-x-6$ ，求： (1) x 取哪些值时， $y=0$ ； (2) x 取哪些值时， $y>0$ ， x 取哪些值时， $y<0$. 解 (1) 求使 $y=0$ 的 x 的值，即求一元二次方程 $x^2-x-6=0$ 的所有根. 方程根的判别式 $\Delta=(-1)^2-4\times 1\times (-6)=25>0,$ 这说明该一元二次方程有两个解，求解，得 $x_1=-2, x_2=3$. (2) 作出简图（图 3），该函数图象的开口向上. 从图象上可以看出，它与 x 轴相交于两点 $(-2, 0), (3, 0)$ ，这两点把 x 轴分成 3 段. 当 $x\in(-2, 3)$ 时， $y<0$. 当 $x\in(-\infty, -2)\cup(3, +\infty)$ 时， $y>0$.  图 3 练习 3 下列函数的自变量在什么范围内取值时，函数值大于 0、小于 0 或等于 0.	问题 2 中的二次函数的二次项系数小于 0. 学生可类比问题 1，自己得出该函数的图象与性质，并进行梳理. 教师引导学生分析二次函数的性质. 教师指出：求一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集，就是求使二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的函数值大于 0 的自变量的取值范围. 学生练习，教师巡回指导.	为学生提供独立思考、梳理的空间. 指出用图象法解一元二次不等式的步骤. 巩固一元二次方程、一元二次不等式与二次函

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	(1) $y=x^2+7x-8$ ； (2) $y=-x^2+2x+8$. 总结二次函数、一元二次方程、一元二次不等式三者之间的关系. (1) 求满足 $y=0$ 时 x 的值，等价于求一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解集； (2) 求满足 $y<0$ 时 x 的取值范围，等价于求一元二次不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集；求满足 $y>0$ 时 x 的取值范围，等价于求一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集.	师生共同总结.	数三者之间的关系. 加深学生的印象，以便灵活运用三者之间的关系解决问题.
小结	1. 二次函数的性质. 2. 一元二次方程、一元二次不等式与二次函数的关系. 3. 利用数形结合思想研究二次函数.	学生阅读教材，畅谈本节课的收获，教师引导学生总结本节课的知识点.	便于学生厘清思路，把握重点内容.
作业	必做题：本节练习 A 组题目. 选做题：本节练习 B 组题目.	学生课后完成.	巩固相关知识.