

【教学目标】

1. 理解奇函数、偶函数的定义及奇函数、偶函数的图象特征，初步掌握函数奇偶性的判断方法.
2. 能正确地使用符号语言刻画函数的奇偶性，提升数学表达和数学交流能力.
3. 经历由具体到抽象的思维过程，提升直观想象和逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

奇函数、偶函数的定义与函数奇偶性的判断方法.

【教学难点】

奇函数和偶函数的定义.

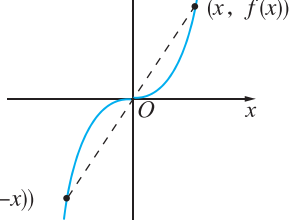
【教学方法】

本节课先由两个具体的函数入手，引导学生发现函数 $f(x)$ 在 x 处与在 $-x$ 处函数值之间的规律，由特殊到一般引出奇函数的定义，再由点的对称关系得出奇函数的图象特征，然后由学生自主探索，类比得出偶函数的定义. 最后，引导学生结合定义与例题总结出判断函数奇偶性的步骤，在解题过程中深化对函数奇偶性的理解.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	复习前面所学的求函数值的知识.	师生共同回顾.	为学生理解奇、偶函数的定义做好准备.
新课	已知函数 $f(x)=2x$ 和 $g(x)=\frac{1}{4}x^3$. 试求当 $x=\pm 3$, $x=\pm 2$, $x=\pm 1$ 时的函数值，并观察相应函数值之间的关系.	学生计算相应的函数值. 引导学生发现并总结规律:	由特殊到一般，引导学生通过归纳

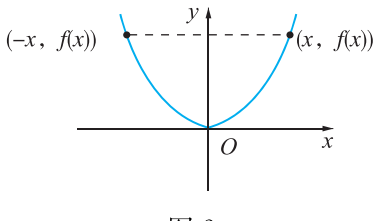
续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	发现规律：对定义域 $\mathbf{R}$ 内的任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x);$ $g(-x)=-g(x).$ 证明：$f(-x)=2(-x)$ $=-2x=-f(x);$ $g(-x)=\frac{1}{4}(-x)^3$ $=-\frac{1}{4}x^3=-g(x).$	自变量互为相反数时，对应的函数值互为相反数. 教师引导学生进行证明.	发现规律.
	一、奇函数 1. 定义 如果对于函数 $y=f(x)$ 的定义域 A 内的任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x),$ 则这个函数是奇函数. 2. 图象特征 借助课件展示函数 $f(x)=2x$ 和 $g(x)=\frac{1}{4}x^3$ 的图象，并以动画展示图象的对称性. 奇函数的图象都是以坐标原点为对称中心的中心对称图形，如图 1 所示.  图 1 一个函数是奇函数的充要条件是，它的图象是以坐标原点为对称中心的中心对称图形.	通过引例，归纳得到奇函数的定义. 教师引导学生体会奇函数的定义隐含了对定义域的要求. 教师播放动画. 学生观察动画，回顾轴对称、中心对称图形的定义. 师生共同总结奇函数的图象特征.	强调奇函数的定义域关于原点对称. 渗透数形结合的思想.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	例 1 判断下列函数是不是奇函数： (1) $f(x)=\frac{1}{x}$； (2) $f(x)=-x^3$； (3) $f(x)=x+1$； (4) $f(x)=x+x^3+x^5+x^7$. 解 (1) 函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 的定义域 $A=\{x x\neq 0\}$，因为对于任意一个 $x\in A$，都有 $-x\in A$，且 $f(-x)=\frac{1}{-x}=-\frac{1}{x}$ $=-f(x),$ 所以函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 是奇函数. (2) 函数 $f(x)=-x^3$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，因为对于任意一个 $x\in \mathbf{R}$，都有 $-x\in \mathbf{R}$，且 $f(-x)=-(-x)^3$ $=-(-x^3)$ $=-f(x),$ 所以函数 $f(x)=-x^3$ 是奇函数. (3) 函数 $f(x)=x+1$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，对于任意一个 $x\in \mathbf{R}$，都有 $-x\in \mathbf{R}$. 但是 $f(-1)=0$, $f(1)=2$，所以 $f(-1)\neq -f(1)$. 因此，函数 $f(x)=x+1$ 不是奇函数. (4) 函数 $f(x)=x+x^3+x^5+x^7$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，因为对于任意一个 $x\in \mathbf{R}$，都有 $-x\in \mathbf{R}$，且 $f(-x)=-x-x^3-x^5-x^7$ $=-(x+x^3+x^5+x^7)$ $=-f(x).$ 所以函数 $f(x)=x+x^3+x^5+x^7$ 是奇函数. 练习 1 本节练习 A 组第 1 题.	教师请学生尝试解答例 1 (1)，然后对学生的作答情况进行点评，最后，师生共同总结判断方法： S1 判断对于任意一个 $x\in A$，是否都有 $-x\in A$，即函数的定义域是否关于原点对称； S2 当定义域关于原点对称时，对于任意一个 $x\in A$，若 $f(-x)=-f(x)$，则函数 $y=f(x)$ 是奇函数. 教师板书详细的解题过程. 学生作答.	规范解题步骤，提升学生思维的严谨性. 通过例题加深学生对奇函数定义的理解.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	二、偶函数 1. 定义 如果对于函数 $y=f(x)$ 的定义域 A 内的任意一个 x，都有 $f(-x)=f(x),$ 则这个函数是偶函数. 2. 图象特征 偶函数的图象都是以 y 轴为对称轴的轴对称图形，如图 2 所示.  图 2 一个函数是偶函数的充要条件是，它的图象是以 y 轴为对称轴的轴对称图形. 例 2 判断下列函数是不是偶函数： (1) $f(x)=x^2+x^4$； (2) $f(x)=x^2+1$； (3) $f(x)=x^2+x^3$； (4) $f(x)=x^2+1, x\in[-1, 3]$. 解 因为 (1) (2) (3) 中函数的定义域都是 $\mathbf{R}$，对于任意一个 $x\in \mathbf{R}$，都有 $-x\in \mathbf{R}$，所以只要验证对于任意一个 $x\in \mathbf{R}$，$f(-x)=f(x)$ 是否成立即可. (1) 因为 $f(-x)=(-x)^2+(-x)^4=x^2+x^4=f(x)$，所以函数 $f(x)=x^2+x^4$ 是偶函数； (2) 因为 $f(-x)=(-x)^2+1$ $=x^2+1$ $=f(x)$， 所以函数 $f(x)=x^2+1$ 是偶函数； (3) 因为 $f(-1)=(-1)^2+(-1)^3=$	教师结合函数 $f(x)=x^2$ 的图象，出示自学提纲： 1. 偶函数的定义是什么？ 2. 偶函数的图象有什么特征？一个函数是偶函数的充要条件是什么？ 3. 偶函数对定义域的要求是什么？ 学生自学本节教材中偶函数的有关内容，每四人为一组，讨论并回答自学提纲中提出的问题. 教师以提问的方式检查学生的自学情况. 学生分析解题思路，请部分学生在黑板上解答(1)(2)(3). 教师引导学生订正黑板上的答案，规范解题过程，梳理解题步骤. 教师结合函数图象讲解 (4).	通过类比奇函数的研究方法，鼓励学生自主探索偶函数的相关内容. 培养学生的自学能力，提高学习数学的兴趣. 帮助学生加深对偶函数定义的理解.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$1-1=0$, $f(1)=1^2+1^3=2$, $f(-1)\neq f(1)$，所以函数 $f(x)=x^2+x^3$ 不是偶函数； (4) 因为定义域 $[-1, 3]$ 不关于原点对称，所以函数 $f(x)=x^2+1, x\in[-1, 3]$ 不是偶函数（也不是奇函数）. 3. 对定义域的要求 一个函数为奇函数或者偶函数的前提条件是这个函数的定义域关于原点对称. 练习 2 判断下列函数是不是偶函数： (1) $f(x)=(x+1)(x-1)$； (2) $f(x)=x^2+1, x\in(-1, 1]$； (3) $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$.	教师结合函数的图象强调定义域关于原点对称是判断函数奇偶性的前提. 学生作答，教师适当点拨.	根据学生做题情况，了解学生对本节知识的掌握情况.
小结	1. 函数的奇偶性. (1) 奇函数：定义、图象特征. (2) 偶函数：定义、图象特征. 2. 判断函数奇偶性的步骤.	教师带领学生梳理本节重点内容，帮助学生加深理解、记忆.	提升学生的类比能力，加深对函数奇偶性的理解.
作业	本节习题第 6~8 题.	学生课后完成.	巩固本节课所学内容.