

3.1.3 函数的单调性

【教学目标】

1. 理解增函数、减函数的定义及增函数、减函数的图象特征，初步掌握函数单调性的判定方法.

2. 能正确地使用符号语言刻画函数的单调性，提升数学表达和数学交流的能力.

3. 通过对函数单调性的判断和证明，提升数学运算和逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

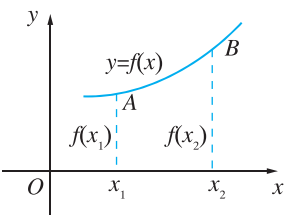
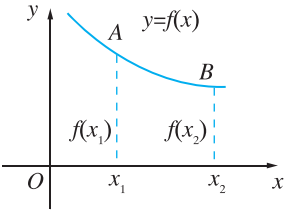
函数单调性的定义及判断.

【教学难点】

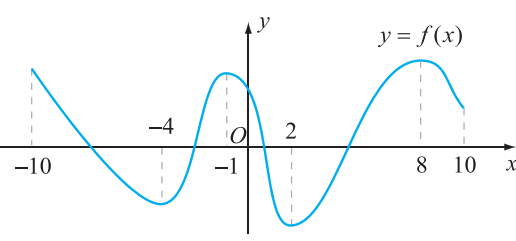
利用函数单调性的定义判断函数的单调性.

【教学方法】

本节课首先用问题引导学生从函数图象的变化趋势初步感知函数的单调性，然后给出增函数和减函数的定义，得出证明函数单调性的方法. 最后，借助两个证明题，深化学生对函数单调性的理解.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	艾宾浩斯曲线.	教师引导学生观察曲线的变化趋势，引入课题.	联系实际，激发学生的学习兴趣.
新课	1. 两个函数的图象  图 1  图 2	教师提出问题： （1）如图 1、图 2 所示，两个函数图象的变化趋势如何？ （2）你能看出当自变量增大或减小时，两个函数的函数值分别如何变化吗？ 学生思考、回答.	引导学生从图象上直观感知函数的单调性.
	2. 增函数与减函数的定义 一般地，设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D ，且区间 $I\subseteq D$ ： （1）如果对任意 $x_1, x_2\in I$ ，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$ ，则称 $y=f(x)$ 在区间 I 上是增函数（也称在区间 I 上单调递增）； （2）如果对任意 $x_1, x_2\in I$ ，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$ ，则称 $y=f(x)$ 在区间 I 上是减函数（也称在区间 I 上单调递减）.	教师引导学生归纳增函数与减函数的定义.	引出增函数与减函数的定义.
	例 1 如图 3 所示，函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[-10, 10]$ ，根据图象指出函数 $y=f(x)$ 的单调区间及单调性.	学生观察图象完成此题. 教师强调，在说明函数单调性时，要指出明确的区间，函数的单调区间一般是指保持函数单调性的最	帮助学生加深对单调性定义的理解，使学生明确单调

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 3 解 函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-10, -4]$ ， $[-1, 2]$ ， $[8, 10]$ 上是减函数；在区间 $[-4, -1]$ ， $[2, 8]$ 上是增函数.	大区间.	性是函数的局部性质.
	例 2 证明函数 $f(x)=3x+2$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数. 证明 设 x_1, x_2 是任意两个实数，且 $x_1<x_2$ ，则 $x_1-x_2<0$ ，那么 $\begin{aligned} f(x_1)-f(x_2) &= (3x_1+2)-(3x_2+2) \\ &= 3(x_1-x_2)<0, \end{aligned}$ 从而 $f(x_1)<f(x_2)$. 因此，函数 $f(x)=3x+2$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数.	教师讲解例 2，板书详细的解题过程.	加深学生对函数单调性的理解.
	例 3 证明函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数. 证明 设 x_1, x_2 是任意两个实数，且 $x_1<x_2$ ，则 $x_1-x_2<0$ ，那么 $\begin{aligned} f(x_1)-f(x_2) &= \frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2} \\ &= \frac{x_2-x_1}{x_2x_1} \\ &= -\frac{x_1-x_2}{x_2x_1}>0, \end{aligned}$ 从而 $f(x_1)>f(x_2)$. 因此，函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数.	学生讨论并证明例 3. 教师适当提示.	巩固函数单调性的定义与证明方法.
	练习 证明函数 $f(x)=\frac{3}{x}$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数.	学生练习.	继续巩固函数单调性的证明方法.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
小结	1. 函数单调性的定义. 2. 判定函数单调性的方法.	学生阅读本节教材，畅谈本节课的收获. 教师引导学生总结本节课的知识点.	通过梳理，加深学生对所学知识的理解.
作业	本节练习 A 组第 2 题. 本节练习 B 组题目.	学生课后完成.	巩固本节课所学内容.