

3.1.1 函数的概念

【教学目标】

1. 理解函数的概念, 会求函数的定义域.
2. 理解函数符号 $y=f(x)$ 的意义, 会根据对应法则求函数值.
3. 通过从具体问题中抽象出函数概念的过程, 提升数学抽象的核心素养.

【教学重点】

函数的概念及两要素, 会求函数在 $x=a$ 处的函数值, 会求函数的定义域.

【教学难点】

用对应的观点理解函数的概念.

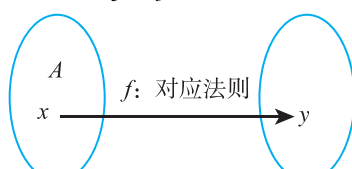
【教学方法】

本节课先引导学生通过两个实例,分析抽象出函数概念,使学生更容易理解函数关系的实质以及函数的两要素,然后通过求函数值与定义域的两类题目,帮助学生深化对函数概念的理解。

【教学过程】

--	--

环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 试举出已学过的一些函数的例子. 2. 初中函数的概念 一般地, 在一个变化过程中, 如果有两个变量 x 与 y, 并且对于变量 x 的每一个确定的值, y 都有唯一确定的值与其对应, 那么我们就说 y 是 x 的函数.	教师指出: 事物都是运动变化的. 气温随时间在悄悄变化, 我国的国内生产总值逐年变化……. 在现实世界中, 这种一个量随另一个量的变化而变化的现象大量存在. 为了研究运动变化现象中变量之间的关系, 数学中逐渐形成了函数概念. 师生共同回忆初中函数的概念.	为本节所学内容做准备. 在举出适量的例子后, 引导学生回顾初中函数的概念.
新课	一、函数的概念 一辆新能源汽车在一段平坦的道路上以 100 km/h 的速度匀速行驶 2 h. (1) 如何表示行驶的路程 s km 与行驶时间 t h 的关系? (2) 行驶时间 t h 的取值范围是什么? (3) 对于行驶时间中的每一个确定的 t 值, 你能求出汽车行驶的路程吗? (4) 根据初中知识, 关系式 $s = 100t$ ($0 \leq t \leq 2$) 表示的是函数关系吗? 如果一个圆的半径用 r 表示, 它的面积用 A 表示.	学生阅读教材, 讨论并回答教师提出的系列问题.	设置问题串, 深度挖掘题目信息, 为顺利引出函数的概念做准备.

		续表	
教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	(2) 在 A 与 r 的关系式中, r 的取值范围是什么? (3) 关系式 $A = \pi r^2$ ($r > 0$) 表达的是一种函数关系吗? 因变量是哪个量? 自变量是哪个量? 1. 两个事实 (1) 在每个例子中都指出了自变量的取值集合; (2) 都给出了对应法则. 对自变量的每一个值, 都有唯一的一个因变量值与之对应. 2. 函数的概念 设集合 A 是一个非空的实数集, 对 A 中的任意实数 x, 按照某个确定的对应关系 f, 都有唯一确定的实数值 y 与它对应, 则称这种对应关系 f 为集合 A 上的一个函数. 记作 $y = f(x)$, $x \in A$. 其中 x 称为自变量, y 称为因变量, 自变量取值的范围(即数集 A) 称为这个函数的定义域. 如果自变量取值 a, 则由对应关系 f 确定的值 y 称为函数在 a 处的函数值, 记作 $y = f(a)$ 或 $y _{x=a}$. 所有函数值组成的集合 $\{y y = f(x), x \in A\}$ 称为函数的值域. 3. 直观理解 $y = f(x)$ 的示意图 (图1)  图1 4. 函数的两要素: 定义域和对应法则 要检验给定两个变量之间的关系是不是函数, 只要检验: (1) 定义域是否给出;	教师引导学生总结两个例子的共同点. 教师引导学生学习函数的概念. 教师向学生强调“对应关系”“唯一”等关键词语. 学生阅读教材中的函数概念, 并在理解的基础上记忆. 教师强调: 函数关系实质是非空数集到非空数集的对应关系. 教师指出: 函数的值域被函数的定义域和对应法则所完全确定.	引导学生分析两个例子, 归纳得出两个事实, 为引出函数的概念做准备. 让学生理解函数关系的实质是非空数集到非空数集的对应关系. 借助图示帮助学生加深对函数概念的直观理解. 引导学生明确: (1) 函数的值域不是函数的要素的原因;

方图

环节 新课	(2) 对应法则是否给出, 并且根据这个对应法则, 能否由自变量 x 的每一个值, 确定唯一的函数值 y. 练习 1 判断图 2 中的对应关系是不是函数: (1) (2) (3) 图 2 5. 有关符号 (1) 函数 $y=f(x)$ 也经常写作函数 $f(x)$ 或函数 f. (2) 可以将 y 是 x 的函数记为 $y=g(x)$, $y=h(x)$, 等等. 二、函数值 函数 $y=f(x)$ 在 $x=a$ 处对应的因变量值 y, 记作 $y=f(a)$. 例 1 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$. (1) 求 $f(1)$, $f(-2)$, $f(a+1)$, $f(-x)$,	(2) 函数两要素的用途. 通过练习题, 使学生进一步理解函数的实质. 学生讨论并进行判断. 教师引导学生深刻理解函数的对应法则: 一个自变量值只能有唯一的函数值与之对应. 教师讲解有关函数的符号表示. 引导学生熟悉抽象的函数符号, 便于以后的教学. 学生分组讨论求解的方法. 加深学生对 $f(a)$
-----------------------------	---	---

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图						
新 课	(2) 用计算器计算 $f(0.12)$ 和 $f(1.1)$ 的值(精确到 0.01). 解 (1) 分别用 1, -2, $a+1$, $-x$ 代替 $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ 中的 x, 得 $f(1)=\frac{1}{1^2+1}=\frac{1}{2},$ $f(-2)=\frac{1}{(-2)^2+1}=\frac{1}{5},$ $f(a+1)=\frac{1}{(a+1)^2+1}=\frac{1}{a^2+2a+2},$ $f(-x)=\frac{1}{(-x)^2+1}=\frac{1}{x^2+1}.$ (2) 用计算器计算: <table><thead><tr><th>操作</th><th>显示</th></tr></thead><tbody><tr><td>$1 \div [] [0] . 12 [] x^2 [] + [] 1 [] =$</td><td>0.9858044164</td></tr><tr><td>$1 \div [] [0] 1.1 [] x^2 [] + [] 1 [] =$</td><td>0.4524886878</td></tr></tbody></table> 根据题意可得, $f(0.12) \approx 0.99$, $f(1.1) \approx 0.45$. 练习 2 本节练习 A 组第 2 题的第 1 小题. 三、函数的定义域 函数解析式中,函数的定义域有时可以省略,如果不特别指明一个函数的定义域,那么这个函数的定义域就是使函数有意义的所有实数组成的集合. 例 2 求下列函数的定义域: (1) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$; (2) $g(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{x}$. 解 (1) 函数有意义的充要条件是 $\begin{cases} x+1 \geqslant 0, \\ x+1 \neq 0. \end{cases}$	操作	显示	$1 \div [] [0] . 12 [] x^2 [] + [] 1 [] =$	0.9858044164	$1 \div [] [0] 1.1 [] x^2 [] + [] 1 [] =$	0.4524886878	教师引导学生求函数值. 教师让学生用计算器计算.	使用计算器计算,降低运算的复杂度. 指出学生的易错之处. 求定义域的题目不必过难,重点是
	操作	显示							
	$1 \div [] [0] . 12 [] x^2 [] + [] 1 [] =$	0.9858044164							
	$1 \div [] [0] 1.1 [] x^2 [] + [] 1 [] =$	0.4524886878							

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	解得 $x > -1$，即函数的定义域为 $(-1, +\infty)$； (2) 函数有意义的充要条件是 $\begin{cases} x \neq 0, \\ x + 3 \geq 0, \end{cases}$ 解得 $x \geq -3$ 且 $x \neq 0$，即函数的定义域为 $[-3, 0) \cup (0, +\infty)$. 练习 3 本节练习 B 组第 2 题的第 1 小题.	教师强调定义域是一个集合. 学生讨论、求解.	域的概念.
小结	- 函数的概念. - 函数的两要素. - 函数的符号表示. - 求函数的值及定义域.	师生共同总结本节课的内容.	提高学生的归纳总结能力.