2.1.1 实数的大小

【教学目标】

1. 理解并掌握实数的基本性质，并初步学习用作差比较法来比较两个实数或代数式的大小.

2. 体会从实际问题中抽象出数学概念和数学知识的过程.

3. 养成勤于分析、善于思考的优秀品质，提升数学运算的核心素养.

【教学重点】

实数的有序性，作差比较法.

【教学难点】

用作差比较法比较两个代数式的大小.

【教学方法】

本节课通过实例引入不等式问题，并且从关注数字的大小入手，引导学生学习用作差比较法来比较两个实数、代数式的大小. 借助例题和练习题，引导学生边学边练，及时巩固，逐步掌握作差比较法.

【教学过程】

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>导入</td><td>国家统计局的年度数据显示，我国2023—2025年货物出口总额、进口总额数据如下表所示：
单位：亿元
<table><tr><th>指标</th><th>2023年</th><th>2024年</th><th>2025年</th></tr><tr><td>出口总额</td><td>237 656.40</td><td>254 443.14</td><td>269 890.00</td></tr><tr><td>进口总额</td><td>179 853.70</td><td>183 790.78</td><td>184 795.00</td></tr></table>货物贸易顺差等于货物出口总额减去进口总额.
计算2023—2025年我国的货物贸易顺差.</td><td>教师出示问题情境.

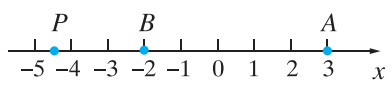
学生解决问题.</td><td>从问题情境出发进行新知的教学，有助于调动学生学习的积极性，同时通过这一具体实例引导学生感受我国货物贸易强大的国际竞争力.</td></tr>
<tr><td>新课</td><td>借助课件的动画，研究实数与数轴上的点的对应关系.
 

图1</td><td>教师提问：实数与数轴上的点的关系是怎样的？如图1所示，点A对应的实数与点B对应的实数各是多少？哪个大？</td><td>通过动画演示，提高学生学习的兴趣，活跃学生的思维.</td></tr>
</table>

续表

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新课</td><td>如图1所示，在点P从左向右移动的过程中，对应的实数由小变大.
结论：
数轴上的任意两点中，右边的点对应的实数比左边的点对应的实数大.
$a>b \Leftrightarrow a-b>0$；
$a=b \Leftrightarrow a-b=0$；
$a<b \Leftrightarrow a-b<0$.
不等式的意义：
我们用数学符号“$\neq$”“$>$”“$<$”“$\geqslant$”“$\leqslant$”连接两个数或代数式，以表示它们之间的不等关系，含有这些不等号的式子称为不等式.

练习1 在数学表达式：
① $-5<1$； ② $2x+4>0$；
③ x^2+1； ④ $x=6$；
⑤ $y\neq 4$； ⑥ $a-2\geqslant a$
中，不等式的个数是（　　）.
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
练习2 把下列语句用不等式表示：
(1) y是负数；
(2) x^2是非负数；
(3) 设a为三角形的一条边长，a是正数；
(4) b为非正数.
例1 比较下列各组中两个实数的大小：
(1) -3，-4； (2) $\frac{6}{7}$，$\frac{5}{6}$；
(3) $-\frac{7}{11}$，$-\frac{10}{17}$；
(4) 12.3，$12\frac{1}{3}$.
解 (1) 因为$(-3)-(-4)=-3+4=1>0$，所以$-3>-4$；
(2) 因为$\frac{6}{7}-\frac{5}{6}=\frac{36}{42}-\frac{35}{42}=\frac{1}{42}>0$，所以</td><td>学生回答：实数与数轴上的点是一一对应的. 点A表示实数3，点B表示实数-2，点A在点B右边，$3>-2$.

个别学生口答，其他学生点评. 遇到问题，小组讨论.

教师引导学生作答. 完成(1)(2).

学生独立完成(3)(4).</td><td>在初中知识的基础上帮助学生加深对不等式的认识.

引导学生在解答问题中学习通过作差比较两个数大小的方法.</td></tr>
</table>

续表

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>新课</td><td>$\frac{6}{7}>\frac{5}{6}$；
(3) 因为$-\frac{7}{11}-\left(-\frac{10}{17}\right)=-\frac{7}{11}+\frac{10}{17}=-\frac{9}{187}<0$，所以$-\frac{7}{11}<-\frac{10}{17}$；
(4) 因为$12.3-12\frac{1}{3}=12\frac{3}{10}-12\frac{1}{3}=\frac{3}{10}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{30}<0$，所以$12.3<12\frac{1}{3}$.
例2 对任意实数x，比较$(x+1)(x+2)$与$(x-3)(x+6)$的大小.
解 因为
$(x+1)(x+2)-(x-3)(x+6)$
$=(x^2+3x+2)-(x^2+3x-18)$
$=20>0$.
所以对任意实数x，有
$(x+1)(x+2)>(x-3)(x+6)$.
练习3 (1) 比较$(a+3)(a-5)$与$(a+2)(a-4)$的大小；
(2) 比较$(x+5)(x+7)$与$(x+6)^2$的大小.
例3 比较$(x^2+1)^2$与x^4+x^2+1的大小.
解 因为
$(x^2+1)^2-(x^4+x^2+1)$
$=(x^4+2x^2+1)-x^4-x^2-1$
$=x^2$，
又对任意实数x，都有$x^2\geqslant 0$，所以$(x^2+1)^2\geqslant x^4+x^2+1$，当且仅当$x=0$时，等号成立.
练习4 (1) 比较$2x^2+3x+4$和x^2+3x+3的大小；
(2) 比较$(x+1)^2$和$2x+1$的大小.</td><td>

学生仿照例题进行练习，教师适当指导.

教师引导学生复习$(a+b)^2$的展开式.

学生仿照例题完成练习，教师适当指导.</td><td>

引导学生初步学习用作差的方法来判断两个代数式的大小.

巩固$(a+b)^2$展开式的应用.

进一步巩固两式大小的比较方法.</td></tr>
</table>

续表

<table>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>师生互动</th><th>设计意图</th></tr>
<tr><td>小结</td><td>通过作差比较两数（式子）大小的步骤：作差→变形→定号（与0比较大小）→给出结论.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>作业</td><td>本节练习A组第3题.
本节练习B组第2题的第5～6小题.</td><td>学生课后完成.</td><td>巩固本节课所学知识.</td></tr>
</table>