

3.1.3 函数的单调性

【教学目标】

- 1. 理解增函数、减函数的定义及增函数、减函数的图象特征，初步掌握函数单调性的判定方法.
- 2. 能正确地使用符号语言刻画函数的单调性，提升数学表达和数学交流的能力.
- 3. 通过对函数单调性的判断和证明，提升直观想象和逻辑推理的核心素养.

【教学重点】

函数单调性的定义及判断.

【教学难点】

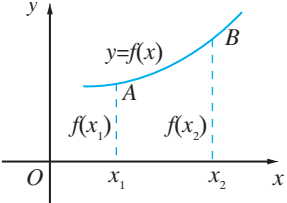
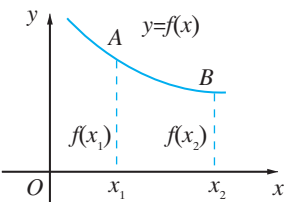
利用函数单调性的定义判断函数的单调性.

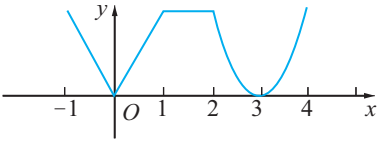
【教学方法】

本节课主要采用类比教学法和分组教学法. 教师用问题引导学生从函数图象的变化趋势得出增函数、减函数的定义，然后对图象进行代数分析，得出证明函数单调性的步骤. 本节课的主要思路是从形的直观感知到严密的代数分析，引导学生用数形结合的方法研究函数. 最后，借助两个证明题，深化学生对函数单调性定义的理解.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	艾宾浩斯曲线.	教师引导学生观察曲线的变化趋势，引入课题.	联系实际，激发学生学习兴趣.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	1. 两个函数的图象  图 1  图 2	教师提出问题： (1) 图象的变化趋势如何？ (2) 你能看出当自变量增大或减小时函数值如何变化吗？ 学生思考、回答.	从图象上直观感知函数的单调性.
	2. 增函数与减函数的定义 增函数：在给定的区间上自变量增大（减小）时，函数值也随着增大（减小）. 减函数：在给定的区间上自变量增大（减小）时，函数值反而随着减小（增大）. 例 1 给出函数 $y=f(x)$ 在 $[-1, 4]$ 上的图象，如图 3 所示，根据图象指出这个函数在哪些区间上是增函数？在哪些区间上是减函数？	教师引导学生归纳增函数与减函数的定义.	通过函数图象直接给出函数的定义，符合学生的认知特点，容易被学生接受. 从观察直观图象入手，加深对单调性定义的理解，掌握用图象法判定函数单调性的方法.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	 图 3 解 函数 $y=f(x)$ 在区间 $[-1, 0]$ 和 $[2, 3]$ 上是减函数, 在区间 $[0, 1]$ 和 $[3, 4]$ 上是增函数. 设 $y=f(x)$, 在给定的区间上, 它的图象如图 1 所示. 在此图象上取两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 记 $\Delta x=x_2-x_1, \Delta y=y_2-y_1.$ 增函数 ↕ $\frac{\Delta y}{\Delta x}>0$ 减函数 ↕ $\frac{\Delta y}{\Delta x}<0$	学生观察图象完成此题, 利用图象来判断函数单调性. 教师强调, 在说明函数单调性时, 要指出明确的区间, 函数的单调区间一般是指保持函数单调性的最大区间. 教师带领学生结合增函数的图象分析如何利用函数的解析式来判断一个函数是增函数. 学生类比分析: 如何利用函数的解析式来判断一个函数是减函数.	将增函数、减函数定义中的定性说明转化为定量分析, 从而给出利用函数解析式来判断函数单调性的方法.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	例 2 证明函数 $f(x)=3x+2$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数. 证明 设 x_1, x_2 是任意两个不相等的实数, 则 $\Delta x = x_2 - x_1,$ $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$ $= (3x_2 + 2) - (3x_1 + 2)$ $= 3(x_2 - x_1),$ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = 3 > 0.$ 因此, 函数 $f(x)=3x+2$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数. 总结由函数的解析式判断函数单调性的步骤: S1 取 Δx, 计算 Δy. S2 计算 $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. 当 $k > 0$ 时, 函数在这个区间上是增函数; 当 $k < 0$ 时, 函数在这个区间上是减函数.	教师讲解例 2, 板书详细的解题过程.	通过例题解答, 加深学生对函数单调性定义的理解.
	例 3 证明函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数. 证明 设 x_1, x_2 是任意两个不相等的正实数, 则 $\Delta x = x_2 - x_1,$	教师引导学生总结解题步骤, 可简记为: 一设、二求、三判定.	归纳证明步骤, 从而突破难点.
		学生讨论并试解例 3. 教师解答学生的困惑.	教师点拨, 帮助学生判断 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 的正负. 巩固用函数解析式来证明函数单调性的步骤.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	$\Delta y = f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$ $= \frac{x_1 - x_2}{x_1 x_2}$ $= -\frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}.$ 又因为 $x_1 x_2 > 0$, 所以 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{1}{x_1 x_2} < 0$. 因此, 函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数. 练习 证明函数 $f(x) = \frac{3}{x}$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数.	学生练习.	巩固函数单调性的证明方法.
小结	1. 函数单调性的定义. 2. 判定函数单调性的方法.	学生阅读本节教材, 畅谈本节课的收获. 教师引导学生总结本节课的知识点.	通过梳理, 加深学生对所学知识的理解.
作业	本节练习 A 组第 2 题. 本节练习 B 组题目.	学生课后完成.	巩固本节内容.