

3.2.1 一次函数模型

【教学目标】

- 1. 掌握正比例函数和一次函数的关系，理解并掌握一次函数的性质.
- 2. 增强利用数形结合思想研究函数性质的意识，体会平移变换的思想方法，提升直观想象的核心素养.

【教学重点】

一次函数的性质.

【教学难点】

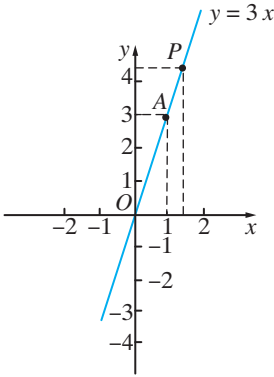
正比例函数和直线的关系.

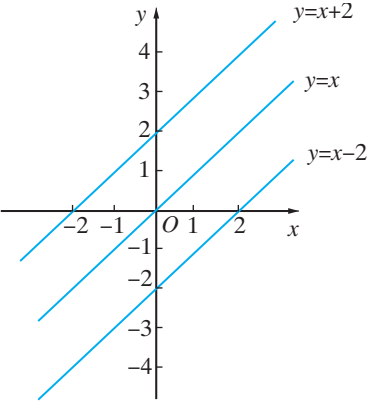
【教学方法】

本节课主要采用讲练结合法，先定义一次函数，对于特殊的一次函数——正比例函数，从曲线与方程的角度来描述正比例函数与直线的关系，然后再考察一次函数与正比例函数的关系，从而得出一次函数的图象也是一条直线的结论. 接着结合函数的单调性深入分析一次函数的性质，将学生初中时对具体的一次函数的局部认识上升到对一般的一次函数的全局性的理性认识.

【教学过程】

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
导入	1. 一次函数的概念： 一般地，以 x 为自变量的函数 $y = \underline{\hspace{1cm}}$ ($k \underline{\hspace{1cm}}$, $x \in \mathbf{R}$) 称为一次函数. 当 $b = \underline{\hspace{1cm}}$ 时，函数 $y = k \underline{\hspace{1cm}}$ 称为正比例函数. 2. 在平面直角坐标系中作出 $y = 3x$ 的图象.	教师引导学生得出结论：正比例函数是特殊的一次函数. 教师提问：函数 $y = 3x$ 的图象是一条直线吗？	教师引导学生在复习旧知识的同时，让学生自主探索新知识，激发学生获取新知的动力.

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	一、正比例函数 $y=kx$ 的图象与性质 以具体函数 $y=3x$ 为例，令 $x=0$，则 $y=0$，所以函数 $y=3x$ 的图象过点 $O(0, 0)$。又 $x=1$，$y=3$ 是方程的另一个解，作点 $A(1, 3)$，过这两个点 O, A 作直线 OA。  我们来说明直线 OA 是正比例函数 $y=3x$ 的图象。 (1) 设点 $P(x, y)$ 为直线 OA 上的任一点，用相似三角形的知识说明点 $P(x, y)$ 也满足函数关系式 $y=3x$。 (2) 以方程 $y=3x$ 的解为坐标的点 $P(x, y)$ 一定在直线 OA 上。 结论 函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的图象是一条过点 O 和点 A 的直线 OA，且函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 是奇函数。	教师提问：如何作出 $y=3x$ 的图象？ 学生回答：列表，描出两个点，连线。 教师提问：由方程 $y=3x$ 的两个解，我们作出了直线 OA，那么方程 $y=3x$ 的所有解都在直线 OA 上吗？反过来，这条直线上的所有点都满足方程 $y=3x$ 吗？即方程 $y=3x$ 的解与直线 OA 上的点一一对应吗？	在学生作图过程中引导学生从曲线与方程的角度来描述直线 OA 与正比例函数 $y=3x$ 的关系。 从两个角度严格说明直线 OA 是正比例函数 $y=3x$ 的图象。 从更高的层次上审视初中所学的一次函数，培养学生思维的严密性。

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	二、一次函数与正比例函数图象的关系 例 1 在同一平面直角坐标系内作出下列函数 $y = x$, $y = x + 2$, $y = x - 2$ 的图象. 步骤: 列表, 描点, 连线.  观察与比较 正比例函数 $y = x$ 与一次函数 $y = x + 2$, $y = x - 2$ 的图象有什么异同? 填空 这三个函数的图象形状都是____, 并且倾斜程度____, 函数 $y = x$ 的图象经过原点, 函数 $y = x + 2$ 的图象与 y 轴交于点____, 即它可以看作由直线 $y = x$ 向____平移____个单位长度而得到. 函数 $y = x - 2$ 的图象与 y 轴交于点____, 即它可以看作由直线 $y = x$ 向____平移____个单位长度而得到.	教师提问: 正比例函数的图象是直线, 那么一次函数的图象也是一条直线吗? 它们的图象之间有什么关系呢? 一次函数又有什么性质呢? 教师提示学生, 相同点可从图象形状和倾斜度上分析. 不同点可从三条直线的位置等方面分析. 学生观察图象, 小组合作讨论, 得出结论. 教师通过动画演示三个函数的关系.	通过例 1, 让学生画函数的图象, 并且根据图象来分析一次函数和正比例函数的关系, 从而提高学生的读图能力及文字语言与数学语言的转化能力, 更新对一次函数的认识. 教师扮演组织者的角色, 鼓励学生大胆地猜测和探究, 培养学生的观察、归纳能力, 让学生从中体验独立获取知识的愉悦感和成就感. 通过动画演示, 调动学生学习的兴趣, 直观理解直线平移变换的过程.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	讨论 (1) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与正比例函数 $y=kx$ 的图象有什么关系? (2) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴和 y 轴的交点坐标是什么? 结论 (1) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与正比例函数 $y=kx$ 图象的关系如下: 一次函数 $y=kx+b$ 的图象是一条直线, 我们称它为直线 $y=kx+b$, 它可以看作由直线 $y=kx$ 沿 y 轴平移 b 个单位长度得到 (当 $b>0$ 时, 向上平移; 当 $b<0$ 时, 向下平移). (2) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象是过点 $(0, b)$, $\left(-\frac{b}{k}, 0\right)$ 的一条直线.	学生讨论, 教师引导学生得出结论.	改变教师直接给出结论的惯例, 让学生通过讨论, 由特殊到一般, 自己独立地去获取知识, 培养学生的归纳、概括能力.
	练习 1 指出下列直线是由哪个正比例函数的图象平移得到的, 并求下列直线与 x 轴、y 轴的交点坐标. (1) 直线 $y=5x+1$; (2) 直线 $y=5x-3$; (3) 直线 $y=x+5$; (4) 直线 $y=x-3$. 三、一次函数的性质 例 2 证明一次函数 $f(x)=kx+b$ ($k>0$) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数.	学生抢答练习 1. 师生交流练习 1 后, 教师提出问题: 一次函数是由正比例	帮助学生加深理解一次函数的有关知识. 在学生具备函数单调性的知识以后, 用单调性的概念重

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新 课	证明 设 x_1, x_2 是任意两个不相等的实数, 取 $\Delta x = x_2 - x_1,$ $\Delta y = kx_2 + b - kx_1 - b$ $= k(x_2 - x_1) = k\Delta x,$ 所以 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k > 0$. 所以当 $k > 0$ 时, 函数 $f(x) = kx + b$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数. 同理, 我们可以证明: 当 $k < 0$ 时, 函数 $f(x) = kx + b$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数. 因为 Δy 是函数值的改变量, Δx 是自变量的改变量, 所以由 $\Delta y = k\Delta x$ 还可知: 函数值的改变量与相应自变量的改变量成正比. 四、再认识一次函数 1. 一次函数 $y = kx + b$ 的图象是过点 $(0, b), \left(-\frac{b}{k}, 0\right)$ 的一条直线. 2. 当 $k > 0$ 时, 函数 $f(x) = kx + b$ 是增函数. 当 $k < 0$ 时, 函数 $f(x) = kx + b$ 是减函数. 3. 函数值的改变量与相应自变量的改变量成正比.	函数平移得到的, 从图象上看, 它们的单调性是怎样的? 你能证明你的结论吗? 师生共同解决例 2, 教师板书详细的解题过程. 教师引导学生归纳得出: 一次函数的函数值的改变量与相应自变量的改变量成正比. 师生共同总结一次函数的性质.	新审视初中所学的一次函数, 让学生对一次函数的直观感知上升到理性分析的层次上, 同时加深对函数单调性概念的理解. 帮助学生系统把握一次函数的图象特征及性质.

续表

教学环节	教学内容	师生互动	设计意图
新课	练习 2 说出下列直线与 x 轴、y 轴的交点坐标，以及函数的单调性. (1) $y=x+2$; (2) $y=-2x-1$; (3) $y=3x+1$; (4) $y=8x$.	学生口答，师生共同点评.	加深学生对函数性质的理解.
小结	1. 一次函数 $y=kx+b$ 与正比例函数 $y=kx$ 的关系. 2. 一次函数 $y=kx+b$ 的性质.	学生阅读教材，畅谈本节课的收获，教师引导学生总结本节课的知识点.	梳理本节内容，便于学生深刻理解、记忆.
作业	必做题：本节练习 A 组第 1~2 题. 选做题：本节练习 B 组第 3 题.	学生课后完成.	巩固本节内容.